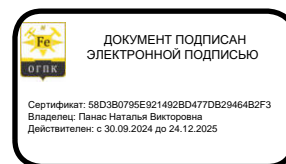


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ «ОЛЕНЕГОРСКИЙ  
ГОРНОПРОМЫШЛЕННЫЙ КОЛЛЕДЖ»



## ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### Методические рекомендации

Специальности: 13.02.11 – Техническая эксплуатация и обслуживание  
электрического и электромеханического  
оборудования (по отраслям).

23.02.03 – Техническое обслуживание и ремонт  
автомобильного транспорта

21.02.18 – Обогащение полезных ископаемых

08.02.04 – Водоснабжение и водоотведение

21.02.15 – Открытые горные работы

Для студентов заочной и очной форм обучения по программам  
подготовки специалистов среднего звена

**РАЗРАБОТЧИК**

Преподаватель ГАПОУ МО «ОГПК»

Н.Ф. Короткова

**ЭКСПЕРТ**

Начальник отдела по УР  
ГАПОУ МО «ОГПК»

\_\_\_\_\_ И.Р. Машнина

## СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка	4
Общие методические указания	6
Содержание дисциплины	7
Методические указания и примеры решения задач по разделу: теоретическая механика	21
Контрольные задания по разделу: теоретическая механика	33
Методические указания и примеры решения задач по разделам: сопротивление материалов и детали машин	41
Контрольные задания по разделам: сопротивление материалов и детали машин	64
Рекомендуемая литература	73
Тексты билетов к зачету	74
Приложение	79

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебной дисциплины «Техническая механика» предназначена для реализации государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальностям по программам подготовки специалистов среднего звена.

Основными задачами курса «Техническая механика» являются формирование общих и профессиональных компетенций, изложенных в требованиях к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы по специальностям. Техник (старший техник) должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения задания.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Техник (старший техник) должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам профессиональной деятельности.

Учебная дисциплина «Техническая механика» является дисциплиной общепрофессионального цикла в структуре основной профессиональной образовательной программы по специальности, имеет практическую направленность и тесную взаимосвязь с другими общепрофессиональными и специальными дисциплинами

Данная дисциплина предусматривает изучение трех разделов: теоретическая механика, сопротивление материалов, детали машин.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:** основные понятия и аксиомы теоретической механики, законы равновесия и перемещения тел; методики выполнения основных расчётов по теоретической механике, сопротивлению материалов и деталям машин; основы проектирования деталей и сборочных единиц общего назначения.

**уметь:** выполнять основные расчёты по теоретической механике, сопротивлению материалов и деталям машин.

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Цель данного методического пособия – помочь студенту изучить дисциплину «Техническая механика».

Пособие содержит примерную программу, список рекомендуемой литературы для изучения дисциплины, контрольные задания, примеры выполнения заданий и указания к ним, перечень экзаменационных билетов.

Изучение дисциплины включает самостоятельную работу с литературой, слушание обзорных лекций и выполнение практических работ, выполнение контрольных работ, проведение экзаменов.

Номер варианта определяет преподаватель.

При выполнении контрольных вопросов и расчетно-графических задач необходимо изучить учебный материал соответствующей темы. Для закрепления материала разобрать решение задач по учебнику и в методических указаниях.

Задания выполняют на листах формата А4 (210х297мм), сброшюрованных в папку-скоросшиватель или в тетрадях в клетку. Для замечаний преподавателя следует оставлять поля – не менее 40мм.

Каждое задание начинают с нового листа. Тексты вопросов и условий расчетно-графических работ должны быть переписаны. В ходе выполнения задания должны быть приведены пояснения к расчетам и схемы. Форма записи расчетов должна быть следующей:

**Параметр = Формула = Числовые значения = Результат**

После выполнения каждой расчетно-графической работы должен быть записан ответ.

При решении задач должна использоваться Международная система единиц (СИ).

Контрольная работа представляется на рецензию в полном объеме. На контрольную работу преподаватель составляет рецензию. Вместе с рецензией контрольную работу возвращают студенту, она хранится у него до экзамена. Работа считается зачтенной, если правильно выполнено более 75% заданий.

На экзамен представляется зачтенная контрольная работа и работа над ошибками, если таковые будут. По контрольным вопросам и расчетно-графическим работам производится опрос-собеседование. Преподаватель вправе аннулировать контрольную работу, если при собеседовании убедится, что студент выполнил их не самостоятельно.

На экзамене студенту предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить одну задачу.

# Содержание учебной дисциплины

## ВВЕДЕНИЕ

Основные разделы технической механики: теоретическая механика, сопротивление материалов, детали машин. Значение технической механики в комплексе общетехнических знаний. Использование основ технической механики при решении ряда прикладных задач специальных дисциплин.

## Раздел 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Студент должен:

*иметь представление:*

- о задачах учебной дисциплины в подготовке специалиста;
- о материи и движении, о механическом движении и равновесии;
- о разделах учебной дисциплины.

Содержание теоретической механики, ее роль и значение в технике. Материя и движение. Механическое движение. Основные части теоретической механики: статика, кинематика, динамика.

## СТАТИКА

### Тема 1.1. Основные понятия и аксиомы статики

Студент должен:

*иметь представление:*

- о силах, равнодействующей и уравнивающей силах, системах сил;
- о свободном и связанном телах, о связях и реакции связи;

*знать:*

- аксиомы статики;
- основные типы связей и их реакций;
- принципы освобождения тела от связей;

*уметь:*

- определять направление реакций связей основных типов.

Основные понятия и аксиомы статики.

Материальная точка, абсолютно твердое тело. Сила, система сил, эквивалентные системы сил. Равнодействующая и уравнивающая силы. Аксиомы статики. Связи и реакции связей. Определение направления реакций связей.

### Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил

Студент должен:

*иметь представление:*

- о равнодействующей плоской системе сходящихся сил и ее действии на тело;
- об условиях равновесии системы сил;

*знать:*

- геометрическое и аналитическое условия равновесия системы сил;

*уметь:*

- определять реакции связей аналитическим способом, рационально выбирая координатные оси.

Плоская система сходящихся сил.

Система сходящихся сил. Способы сложения двух сил. Разложение силы на две составляющие. Определение равнодействующей системы сил геометрическим способом. Силовой многоугольник.

Проекция силы на ось, правило знаков. Проекция силы на две взаимно-перпендикулярные оси. Аналитическое определение равнодействующей. Условие равновесия в геометрической и аналитической формах.

### **Тема 1.3. Пара сил и момент силы относительно точки**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о вращающем действии на тело пары сил и момента силы;
- о системе пар сил и определении равнодействующей пары;
- об эквивалентности пар сил;
- о равновесии тела под действием систем пар сил;

*знать:*

- расчетные формулы для определения моментов пар сил и силы относительно точки;

*уметь:*

- определять равнодействующую пару системы пар сил;
- рассчитывать моменты сил относительно точки;
- решать задачи на равновесие пар сил.

Пара сил и её характеристики. Момент пары. Эквивалентные пары. Сложение пар. Условие равновесия системы пар сил. Момент силы относительно точки.

### **Тема 1.4. Плоская система произвольно расположенных сил**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о приведении системы сил к одной точке;

- о главном векторе, главном моменте и равнодействующей системы сил;
- о выборе точки приведения системы сил и влиянии его на величину главного момента;

*знать:*

- теорему Пуансо о приведении силы к точке (без вывода);
- формулы для определения главного вектора и главного момента системы сил (без вывода);
- уравнения равновесия в трех формах;

*уметь:*

- заменять произвольную плоскую систему сил одной силой и одной парой;
- определять реакции в опорах балочных систем, выполнять проверку правильности решения.

Плоская система произвольно расположенных сил.

Приведение силы к данной точке. Приведение плоской системы сил к данному центру. Главный вектор и главный момент системы сил. Равнодействующая система сил. Равновесие плоской системы сил. Уравнения равновесия и их различные формы.

Балочные системы. Классификация нагрузок и виды опор. Определение реакций опор и моментов защемления.

## Тема 1.5. Центр тяжести

Студент должен:

*иметь представление:*

- о пространственной системе сил;
- о системе параллельных сил;
- о центре системы параллельных сил;
- о силе тяжести и центре тяжести;

*знать:*

- методы для определения центра тяжести тела;
- формулы для определения положения центра тяжести плоских фигур (без вывода).

Центр тяжести. Пространственная система сил.

Пространственная система параллельных сил. Сила тяжести как равнодействующая вертикальных сил. Центр тяжести тела. Центр тяжести простых геометрических фигур. Центр тяжести составных плоских фигур.

## КИНЕМАТИКА

### Тема 1.6. Основные понятия кинематики

Студент должен:

*иметь представление:*

- о системах координат;
- об основных кинематических параметрах движения и связи между ними;

*знать:*

способы задания движения точки: естественный и координатный;  
обозначения, единицы измерения, взаимосвязь кинематических параметров движения.

Основные понятия кинематики.

Основные характеристики движения: траектория, путь, время, скорость, ускорение.

### **Тема 1.7. Кинематика точки**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о естественном и координатном способах задания движения точки;
- о скоростях средней и истинной;
- об ускорении при прямолинейном и криволинейном движениях;
- о равномерном и неравномерном движениях точки;

*знать:*

формулы скоростей и ускорений точки (без вывода);  
виды движения в зависимости от ускорения;

*уметь:*

- определять параметры движения точки.

Кинематика точки.

Способы задания движения точки. Скорость, ускорение. Частные случаи движения точки.

### **Тема 1.8. Простейшие движения твердого тела**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о поступательном движении, его особенностях и параметрах;
- о вращательном движении тела и его параметрах;
- о линейных скоростях и ускорениях точек вращающегося тела;

*знать:*

формулы для определения параметров поступательного и вращательного движений тела (без вывода);  
формулы линейных скоростей и ускорений точек вращающегося тела;

*уметь:*

- определять параметры движения твердого тела и любой его точки.

Простейшие движения твердого тела.

Поступательное движение. Вращательное движение вокруг неподвижной оси.

## **ДИНАМИКА**

### **Тема 1.9. Основные понятия и аксиомы динамики**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о различии между массой тела и силой тяжести;
- о связи между силовыми и кинематическими параметрами движения;
- о двух основных задачах динамики;

*знать:*

- обозначение и единицу измерения массы материальной точки;
- аксиомы динамики;

Основные понятия и аксиомы динамики.

Две основные задачи динамики. Принцип инерции. Основной закон динамики. Зависимость между массой и силой тяжести. Закон равенства действия и противодействия. Принцип независимости действия сил.

### **Тема 1.10. Движение материальной точки. Метод кинетостатики**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о свободной и несвободной материальных точках;
- о силах инерции;
- об использовании силы инерции для решения технических задач;

*знать:*

формулы для расчета силы инерции при поступательном и вращательном движениях;

*уметь:*

- определять параметры движения материальной точки, используя принцип Даламбера.

Движение материальной точки.

Движение свободной и несвободной материальных точек. Сила инерции.

Принцип Даламбера.

## Тема 1.11. Трение. Работа и мощность

Студент должен:

*иметь представление:*

- о трении как сопротивлении движению;
- о силе трения и коэффициенте трения, о факторах, влияющих на величину коэффициента трения;
- о работе силы и мощности;
- о механическом коэффициенте полезного действия;

*знать:*

- формулы расчета силы трения;
- формулы для расчета работы и мощности при поступательном и вращательном движении, КПД;

*уметь:*

- рассчитывать работу и мощность с учетом силы трения и сил инерции.

Виды трения. Законы трения скольжения. Трение качения. Коэффициент трения.

Работа и мощность. Работа постоянной силы. Работа силы тяжести. Работа при вращательном движении. Мощность. КПД.

## Раздел 2. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

### Тема 2.1. Основные положения

Студент должен:

*иметь представление:*

- о видах расчетов в сопротивлении материалов;
- о классификации нагрузок и элементов конструкций;
- об основных гипотезах и допущениях;

*знать:*

- виды деформаций;
- метод сечений;
- виды внутренних силовых факторов;
- составляющие вектора напряжений;

*уметь:*

- определять виды нагружения и внутренние силовые факторы в поперечных сечениях.

Основные задачи сопротивления материалов. Деформации. Гипотезы и допущения. Классификация нагрузок. Силы внешние и внутренние. Метод сечений.

## Тема 2.2. Растяжение и сжатие

Студент должен:

*иметь представление:*

- о внутренних силовых факторах и распределении сил упругости в поперечном сечении;
- о нормальных напряжениях и распределении их в поперечных сечениях;
- о статических испытаниях материалов, диаграммах растяжения и сжатия пластичных и хрупких материалов;
- о предельных и допускаемых напряжениях;

*знать:*

- методы определения продольных сил и нормальных напряжений и построения эпюр при растяжении и сжатии;
- закон Гука;
- формулы для расчета продольных и поперечных деформаций;
- условия прочности и жесткости;

*уметь:*

- строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений;
- проводить расчеты на прочность и жесткость.

Растяжение и сжатие.

Внутренние силовые факторы при растяжении и сжатии. Нормальное напряжение. Эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука. Коэффициент Пуассона. Определение осевых перемещений поперечных сечений бруса.

Испытания материалов при растяжении и сжатии. Диаграммы растяжения и сжатия пластичных и хрупких материалов.

Напряжения предельные, допускаемые и расчетные. Условие прочности. Расчеты на прочность.

## Тема 2.3. Практические расчеты на срез и смятие

Студент должен:

*иметь представление:*

- об основных предпосылках и условиях расчетов;
- о выборе допускаемых напряжений;
- о деталях, работающих на срез и смятие;

*знать:*

- внутренние силовые факторы при сдвиге и смятии;
- условия прочности;

*уметь:*

- проводить расчеты на срез и смятие соединений и деталей машин (при 4 часах по учебному плану).

Практические расчеты на срез и смятие.

Основные расчетные предпосылки и расчетные формулы. Условия прочности. Примеры расчетов.

## **Тема 2.4. Геометрические характеристики плоских сечений**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о смысле понятий: осевой, центробежной, полярный моменты инерции сечения;
- о главных центральных осях сечения;
- о главных центральных моментах инерции;

*знать:*

- формулы для расчета осевых моментов инерции простейших сечений и полярных моментов инерции круга и кольца.

Геометрические характеристики плоских сечений.

Осевые, центробежные и полярные моменты инерции. Главные оси и главные центральные моменты инерции. Осевые моменты инерции простейших сечений. Полярные моменты инерции круга и кольца.

## **Тема 2.5. Кручение**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о деформациях при кручении;
- о внутренних силовых факторах и напряжениях в сечении;
- о рациональном расположении колес на валу;
- о выборе рациональных сечений при кручении;

*знать:*

- формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения бруса;
- закон Гука при сдвиге;
- условия прочности и жесткости;

*уметь:*

- выполнять проектировочный и проверочный расчеты на прочность круглого бруса;
- проводить проверку на жесткость.

Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Эпюры крутящих моментов. Кручение бруса круглого и кольцевого поперечных сечений. Напряжения в поперечном сечении. Угол закручивания. Расчеты на прочность и жесткость при кручении. Рациональное расположение колес на валу.

## Тема 2.6. Изгиб

Студент должен:

*иметь представление:*

- о видах изгиба;
- о внутренних силовых факторах при прямом поперечном изгибе;
- о распределении нормальных напряжений по сечению и нейтральной линии;
- о рациональных формах поперечных сечений балок при изгибе;
- о касательных напряжениях при изгибе, о линейных и угловых перемещениях;

*знать:*

- порядок построения и контроля эпюр поперечных сил и изгибающих моментов;
- формулы для расчета нормальных напряжений в поперечном сечении при чистом изгибе (без вывода);
- условия прочности и жесткости;

*уметь:*

- выполнять проектировочные и проверочные расчеты на прочность при прямом поперечном изгибе.

Изгиб. Виды изгиба. Внутренние силовые факторы при прямом изгибе. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Нормальные напряжения при изгибе. Расчеты на прочность при изгибе. Рациональные формы поперечных сечений балок.

Понятие о касательных напряжениях при изгибе, о линейных и угловых перемещениях.

## Тема 2.7. Гипотезы прочности и их применение

Студент должен:

*иметь представление:*

- о напряженном состоянии в точке упругого тела;
- о назначении гипотез прочности;
- об эквивалентном напряжении;

*знать:*

- формулы для эквивалентных напряжений по гипотезам наибольших касательных напряжений и энергии формоизменения;

*уметь:*

- рассчитывать брус круглого поперечного сечения на прочность при

совместном действии изгиба и кручения.

Гипотезы прочности и их применение.

Напряженное состояние в точке упругого тела. Виды напряженных состояний.  
Упрощенное плоское напряженное состояние.

Назначение гипотез прочности. Эквивалентное напряжение.

Расчеты на прочность.

### **Раздел 3. ДЕТАЛИ МАШИН**

#### **Тема 3.1. Основные положения**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о критериях работоспособности деталей машин;
- о выборе материалов для деталей машин;
- об особенностях расчета деталей машин;
- о стандартизации и взаимозаменяемости;

*знать:*

- определение понятий: машина, механизм, деталь, сборочная единица;
- классификацию машин по назначению;

*уметь:*

- определять по реальному объекту, модели, плакату составляющие: деталь, сборочная единица, механизм, привод.

Цели и задачи раздела. Механизм, машина, деталь, сборочная единица. Критерии работоспособности и расчета деталей машин. Выбор материалов для деталей машин. Основные понятия о надежности машин и их деталей. Стандартизация и взаимозаменяемость.

#### **Тема 3.2. Общие сведения о передачах**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о назначении передач;
- о передачах, используемых в специальном оборудовании;

*знать:*

- кинематические и силовые соотношения в передаточных механизмах;
- формулы для расчета передаточного соотношения и коэффициента полезного действия многоступенчатой передачи.;

*уметь:*

- производить кинематические и силовые расчеты многоступенчатого привода.

Общие сведения о передачах.

Классификация передач. Основные характеристики передач, кинематические и силовые расчеты многоступенчатого привода.

### **Тема 3.3. Фрикционные и ременные передачи**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о принципе работы;
- о контактных напряжениях и причинах выхода из строя деталей передачи;
- о типах ремней и шкивов;
- о скольжении в передаче;
- о расчете по тяговой способности;
- о вариаторах, назначении, конструкциях, диапазоне регулирования;

*знать:*

- устройство фрикционных передач с цилиндрическими катками и условия работоспособности.
- устройство, принцип работы, геометрические, кинематические и силовые соотношения ременных передач.

Принцип работы фрикционных передач с нерегулируемым передаточным числом (цилиндрическая фрикционная передача).

Общие сведения, принцип работы, устройство, область применения, детали ременных передач. Сравнительная характеристика передач плоским, клиновым и зубчатым ремнем.

Общие сведения о вариаторах.

### **Тема 3.4. Зубчатые и цепные передачи**

Студент должен:

*иметь представление:*

- об основах зубчатого зацепления;
- об изготовлении зубчатых колес;
- о классификации и сравнительной оценке зубчатых передач;
- о формулах для расчета зубчатых колес на контактную прочность и изгиб (без вывода), о физическом смысле входящих величин;
- об области применения, силовых соотношениях и КПД передачи винт-гайка;
- об особенностях рабочего процесса, материалах и КПД червячной передачи;
- о причинах выхода из строя и основах расчета на прочность червячных передач;
- о приводных цепях, звездочках и натяжных устройствах цепных передач;

*знать:*

- геометрию эвольвентного зубчатого зацепления;
- формулы для расчета основных размеров зубчатых колес;
- устройство, геометрические, кинематические и силовые соотношения червячных передач;
- основные параметры, геометрию и кинематические соотношения цепных передач;

*уметь:*

- проводить геометрический, кинематический и силовой расчет цилиндрических зубчатых передач;
- проводить геометрический, кинематический и силовой расчет червячной передачи;
- производить подбор приводных роликовых цепей и выполнять проверочный расчет.

Общие сведения о зубчатых передачах. Классификация и область применения. Основы зубчатого зацепления. Зацепление двух эвольвентных колес. Геометрия зацепления.

Виды разрушений зубчатых колес. Основные критерии работоспособности и расчета. Материалы и допускаемые напряжения.

Прямозубые цилиндрические передачи: геометрические соотношения: силы, действующие в зацеплении, расчет на контактную прочность и изгиб.

Особенности косозубых передач.

### **Тема 3.5. Валы и оси. Муфты**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о назначении, классификации и элементах конструкции валов и осей;
- о материалах валов и осей;
- о классификации муфт;
- об устройстве и принципе действия основных типов муфт и методике подбора стандартных и нормализованных муфт;

*знать:*

- проектировочный и проверочный расчеты валов и осей;
- назначение муфт.

Валы и оси. Муфты.

Валы и оси: применение, классификация, элементы конструкции, материалы.

Муфты: назначение, классификация, устройство и принцип действия основных типов муфт.

### **Тема 3.6. Подшипники**

Студент должен:

*иметь представление:*

- об особенностях рабочего процесса подшипников скольжения и качения;
- о смазке и КПД;
- о видах разрушений и критериях работоспособности;
- о стандартах на подшипники качения;
- о конструкции подшипниковых узлов;
- о порядке подбора подшипников качения по динамической грузоподъемности.

*знать:*

- назначение, конструкцию и материалы подшипников скольжения;
- классификацию, конструкцию, маркировку подшипников качения;
- порядок подбора подшипников качения по динамической грузоподъемности.

Подшипники.

Общие сведения. Подшипники скольжения. Подшипники качения. Подбор подшипников по динамической грузоподъемности.

### **Тема 3.7. Соединения деталей машин**

Студент должен:

*иметь представление:*

- о назначении неразъемных соединений;
- об оценке сварных, клеевых и клепаных соединений;
- о стандартных крепежных изделиях и видах резьбовых соединений;
- о типах шпоночных соединений и сравнительной оценке шпоночных и шлицевых соединений;

*знать:*

- виды сварных швов и сварных соединений;
- виды резьбовых соединений и способы стопорения;
- основы расчета на прочность при постоянной нагрузке;

*уметь:*

- подбирать элементы соединений деталей по справочнику.

Соединение деталей машин.

Разъемные соединения: резьбовые, шпоночные, шлицевые.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

по разделу: теоретическая механика

## Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил.

Система сходящихся сил – это две или множество сил, линии действия которых пересекаются в одной точке. Систему сходящихся сил можно заменить одной силой – равнодействующей. Определить равнодействующую можно аналитическим способом. Выбирают систему координат, затем находят проекции всех сил на оси ОХ и ОУ. Суммируя соответствующие проекции определяют проекции равнодействующей и саму равнодействующую

$$F_{\Sigma x} = \sum F_{kx}; F_{\Sigma y} = \sum F_{ky};$$

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}$$

Для проверки правильности решения применяют графический метод.

### Пример 1.

Определить равнодействующую системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами. Дано:  $F_1 = 10 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 15 \text{ кН}$ ,  $F_3 = 12 \text{ кН}$ ,  $F_4 = 8 \text{ кН}$ ,  $F_5 = 8 \text{ кН}$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$ ,  $\alpha_3 = 120^\circ$ ,  $\alpha_4 = 180^\circ$ ,  $\alpha_5 = 300^\circ$

*Решение*

1. Определить равнодействующую аналитическим способом (рис 1.а).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН}; \\ F_{2x} = 15 \cdot \cos 60^\circ = 7,5 \text{ кН}; \\ F_{3x} = -12 \cdot \cos 60^\circ = -6 \text{ кН}; \\ F_{4x} = -8 \text{ кН}; \\ F_{5x} = 8 \cdot \cos 60^\circ = 4 \text{ кН}; \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{\Sigma x} = \sum F_{kx}; \\ F_{\Sigma x} = 6,16 \text{ кН}. \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1y} = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ кН}; \\ F_{2y} = 15 \cdot \sin 60^\circ = 12,99 \text{ кН}; \\ F_{3y} = 12 \cdot \sin 30^\circ = 6 \text{ кН}; \\ F_{4y} = 0; \\ F_{5y} = -8 \cdot \sin 30^\circ = -4 \text{ кН}; \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{\Sigma y} = \sum F_{ky}; \\ F_{\Sigma y} = 21,49 \text{ кН}. \end{array}$$

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}; \quad F_{\Sigma} = \sqrt{6,16^2 + 21,49^2} = 22,36 \text{ кН};$$

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{6,16}{22,36} = 0,2755; \quad \alpha_{\Sigma x} = 74^\circ.$$

2. Определить равнодействующую графическим способом (рис.1б)

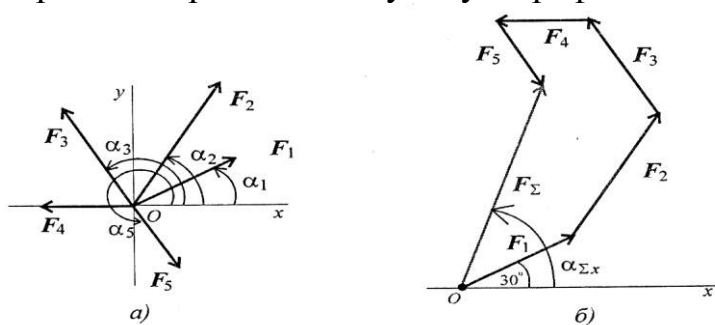


Рис.1

## Темы

**1.3. Пара сил и момент силы относительно точки.**

**1.4. Плоская система произвольно расположенных сил.**

Основные формулы и предпосылки расчета

*Виды опор балок и их реакции*

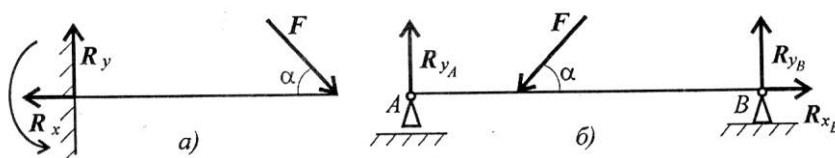


Рис.2

а- защемление (заделка); б – шарнирные опоры – (подвижный и неподвижный)

*Моменты пары сил и силы относительно точки*

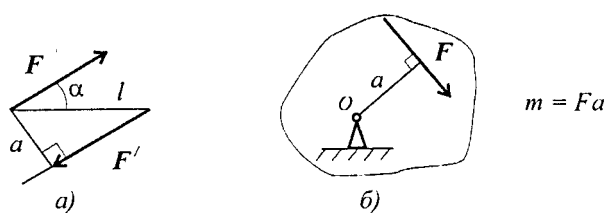


Рис.3

*Главный вектор*

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{\left(\sum_0^n F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_0^n F_{ky}\right)^2}$$

Главный момент

$$M_{\Gamma O} = \sum_0^n m_{kO}.$$

Условия равновесия

$$1. \sum_0^n F_{kx} = 0; \sum_0^n F_{ky} = 0; \sum_0^n m(F_k)_A = 0.$$

$$\text{Проверка: } \sum_0^n m(F_k)_B = 0.$$

$$2. \sum_0^n F_{kx} = 0; \sum_0^n m(F_k)_A = 0; \sum_0^n m(F_k)_B = 0.$$

$$\text{Проверка: } \sum_0^n F_{ky} = 0.$$

**Пример 2.** Для балки, изображенной на рис.4 найти реакции опор, если  $F = 4 \text{ кН}$ ,  $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $q = 0,8 \text{ кН/м}$ ,  $a = 1 \text{ м}$ .

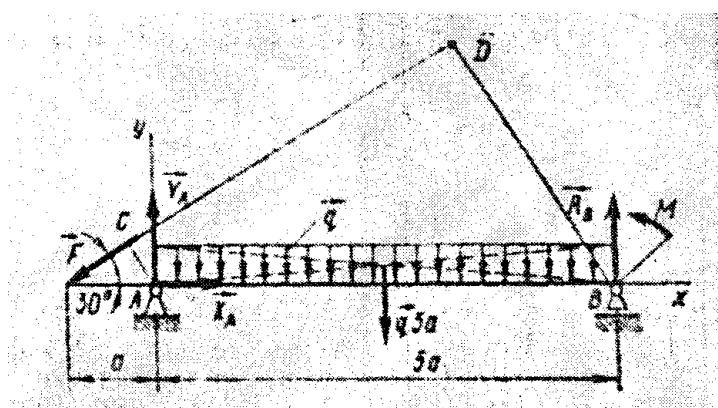


Рис.4.

### Решение

Реакция шарнирно-неподвижной опоры А неизвестна, изобразим её в виде двух составляющих  $X_A$  и  $Y_A$ . В шарнирно-подвижной опоре возникает одна реакция  $R_B$ , направим её вертикально вверх. Для определения неизвестных реакций использует вторую формулу уравнений равновесия.

Уравнение проекций на ось  $x$ :

$$\sum X_k = -F \cos 30^\circ + X_A = 0$$

Равномерно распределенная нагрузка перпендикулярна оси, поэтому её проекция на ось  $x$  равна нулю.

$$X_A = F \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,866 = 3,4 \text{ кН}$$

Уравнение моментов относительно точки А:

$$\sum M_A = -F a \cos 30^\circ + q 5a \cdot 2,5a - R_B 5a - M = 0$$

Отсюда

$$R_B = (-F_{AC} + q \cdot 5a \cdot 2,5a - M) / (5a) = (-4 \cdot 0,5 + 4 \cdot 2,5 \cdot 1 - 6) / (5 \cdot 1) = 0,4 \text{ кН}$$

Т.к.

$$AC = a \sin 30^\circ = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ м}; \quad q \cdot 5a = 0,8 \cdot 5 \cdot 1 = 4 \text{ кН}$$

Уравнение моментов относительно точки В:

$$\sum m_B = -F_{BD} - q \cdot 5a \cdot 2,5a + Y_A \cdot 5a - M = 0$$

Отсюда

$$Y_A = (F_{BD} + q \cdot 5a \cdot 2,5a + M) / (5a) = (4 \cdot 3 + 4 \cdot 2,5 \cdot 1 + 6) / (5 \cdot 1) = 5,6 \text{ кН}$$

Т.к.

$$BD = 5a \sin 30^\circ = 6 \cdot 1 \cdot 0,5 = 3 \text{ м}$$

В качестве проверки используем уравнение проекций сил на ось у:

$$\sum Y_k = -F \cos 60^\circ + Y_A - q \cdot 5a + R_B = 0$$

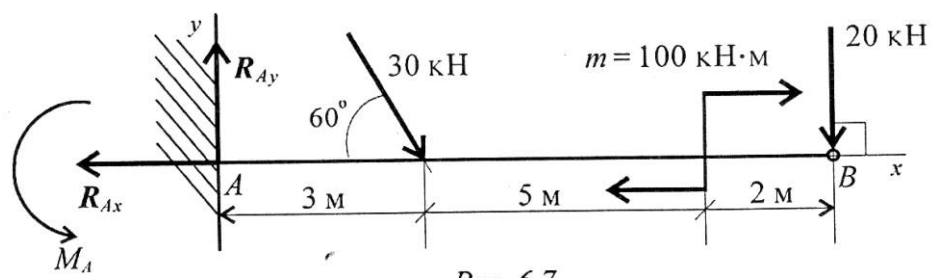
Подставив числовые значения, получим:

$$\sum Y_k = (-4 \cdot 0,5 + 5,6 - 4 + 0,4) = 0$$

$$0 = 0$$

Задача решена верно

**Пример 3.** Одноопорная (защемленная) балка нагружена сосредоточенными силами и парой сил. Определить реакции заделки (рис.5)



## Рис. 5

### Решение

1. В заделке может возникнуть реакция, представляемая двумя составляющими ( $R_{Ay}$ ,  $R_{Ax}$ ), и реактивный момент  $M_A$ . Наносим на схему балки возможные направления реакций.

*Примечание.* Если направление выбрано неверно, то при расчётах получается отрицательный результат значения реакции. В этом случае реакции на схеме следует направить в противоположную сторону, не повторяя расчёт.

В силу малой высоты считают, что все точки балки находятся на одной прямой, все три неизвестные реакции приложены в одной точке. Для нахождения неизвестных удобно использовать систему уравнений в первой форме. Каждое уравнение будет содержать одну неизвестную.

2. Составим систему уравнений.

$$\sum_1^k Fkx = 0; \sum_1^k Fky = 0; \sum_1^k mk_A = 0$$

$$\sum_1^k Fkx = -R_{Ax} + 30\cos 60^\circ + 20\cos 90^\circ = 0$$

$$R_{Ax} = 30\cos 60^\circ + 20\cos 90^\circ = 15 \text{ кН}$$

$$\sum_1^k Fky = R_{Ay} - 30\cos 30^\circ - 20\cos 0^\circ = 0$$

$$R_{Ay} = 30\cos 30^\circ + 20\cos 0^\circ = 30 \cdot 0,866 + 20 \cdot 1 = 45,98 \text{ кН}$$

$$\sum_1^k mk_A = -M_A + 30 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ + 100 + 20 \cdot 10 = 0$$

$$M_A = 377,94 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Знаки реакций получились со знаком «плюс», значит направления реакций выбраны верно.

3. Для проверки правильности решения составим уравнение моментов относительно точки В.

$$\sum_1^k m k_B = -M_A + R_{Ay} \cdot 10 - 30 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ + 100 = 0$$

$$-377,94 + 45,94 \cdot 10 - 210 \cdot 0,866 + 100 = 0$$

$$0 = 0$$

Решение выполнено верно.

## Тема 1.5. Центр тяжести

Основные формулы и предпосылки расчета

*Центры тяжести простейших сечений (рис. 6)*

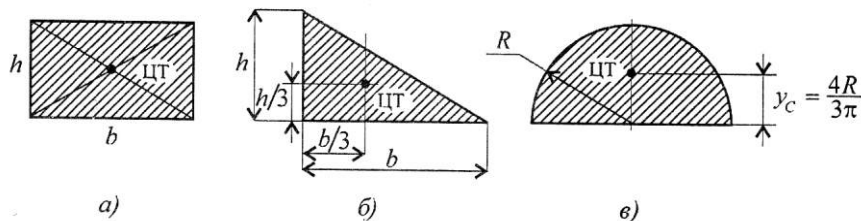


Рис.6

Методы расчёта:

- 1) метод симметрии;
- 2) метод разделения на простые части;
- 3) метод отрицательных площадей.

Координаты центров тяжести сложных и составных сечений:

$$X_c = \frac{\sum_1^k A_k \cdot x_k}{A}; \quad Y_c = \frac{\sum_1^k A_k \cdot y_k}{A};$$

где  $A_k$  – площади частей сечения;  $x_k, y_k$  – координаты ЦТ частей сечения;  $A$  – суммарная площадь сечения.

Геометрические характеристики стандартных прокатных профилей приведены в стандартах ГОСТ 8240-80 (швеллеры), ГОСТ 8239-89 (балки двутавровые), ГОСТ 8509-86 (сталь прокатная угловая равнопрочная).

**Пример 4.** Определить координаты центра тяжести сечения, представленного на рис. 7.

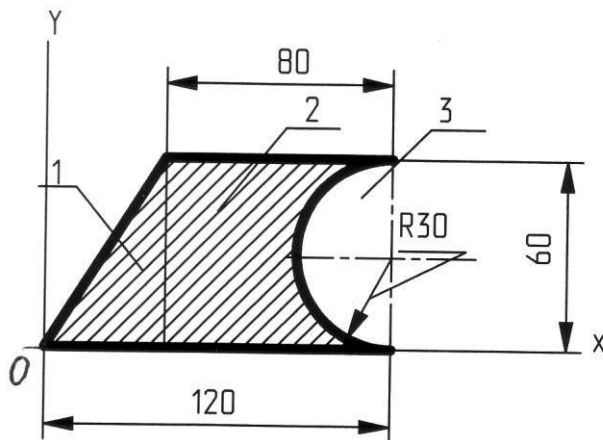


Рис.7

*Решение*

1. Выбрать и нанести оси координат ОУ и ОХ.

Разбить фигуру сечения на три части:

1 – треугольник, площадь треугольника

$$A_1 = 40 \cdot 60 / 2 = 1200 \text{ мм}^2 = 12 \text{ см}^2$$

2 – прямоугольник, площадь прямоугольника

$$A_2 = 80 \cdot 60 = 4800 \text{ мм}^2 = 48 \text{ см}^2$$

3 – полукруг, площадь полукруга

$$A_3 = \pi R^2 / 2 = 3,14 \cdot 30^2 / 2 = 1413 \text{ мм}^2 = 14,13 \text{ см}^2$$

$$\text{Общая площадь сечения } A = A_1 + A_2 + A_3 = 12 + 48 - 14,13 = 45,87 \text{ см}^2$$

2. Определить координаты центров тяжести (ЦТ) отдельных частей

ЦТ фигуры 1:  $X_1 = 2/3 \cdot 40 = 26,7 \text{ мм} = 2,67 \text{ см}$

$$Y_1 = 1/3 \cdot 60 = 20 \text{ мм} = 2 \text{ см}$$

ЦТ фигуры 2:  $X_2 = 40 + 80/2 = 80 \text{ мм} = 8 \text{ см}$

$$Y_2 = 60/2 = 30 \text{ мм} = 3 \text{ см}$$

ЦТ фигуры 3:  $X_3 = 120 - 4 \cdot 30 / 3 \cdot 3,14 = 107,3 \text{ мм} = 10,73 \text{ см}$

$$Y_3 = R = 30 \text{ мм} = 3 \text{ см}$$

3. Определить координаты центра тяжести сечения

$$X_c = \frac{\sum A_k \cdot X_k}{A} = (12 \cdot 2,67 + 48 \cdot 8 - 14,13 \cdot 10,73) / 45,87 = 5,76 \text{ см}$$

$$Y_c = \frac{\sum A_k \cdot Y_k}{A} = (12 \cdot 2 + 48 \cdot 3 - 14,13 \cdot 3) / 45,87 = 2,74 \text{ см}$$

### Тема 1.6. Основные понятия кинематики. Тема 1.7. Кинематика точки. Тема 1.8. Простейшие движения твердого тела.

#### Основные расчетные формулы для определения параметров поступательного движения тела

Все точки тела движутся одинаково.

Закон равномерного движения:  $S = S_0 + vt$ .

Закон равнопеременного движения:  $S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t t^2}{2}$ .

Здесь  $S_0$  — путь, пройденный до начала отсчета, м;

$v_0$  — начальная скорость движения, м/с;

$a_t$  — постоянное касательное ускорение, м/с<sup>2</sup>

Скорость:  $v = S'$ ;  $v = v_0 + a_t t$ .

Ускорение:  $a_t = v'$ .

Закон неравномерного движения:  $S = f(t^3)$ .

Кинематические графики поступательного движения представлены на рис.8

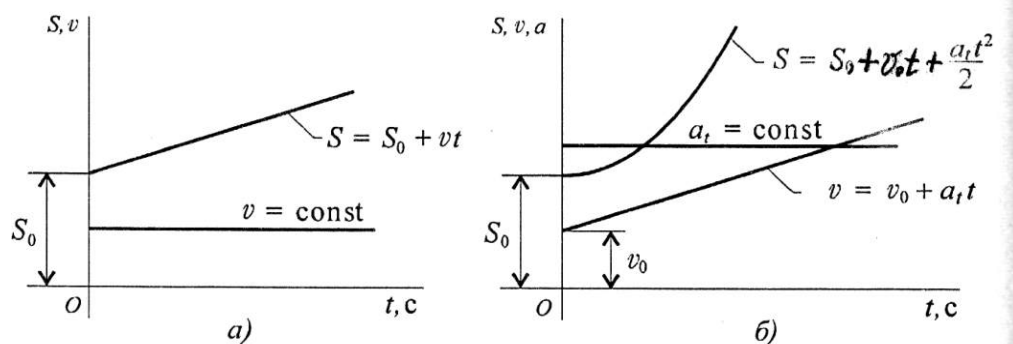


Рис. 8

## Основные расчетные формулы для определения параметров вращательного движения

Точки тела движутся по окружностям вокруг неподвижной оси (оси вращения).

Закон равномерного вращательного движения:  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ .

Закон равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Закон неравномерного вращательного движения:  $\varphi = f(t^3)$ .

Здесь  $\varphi$  — угол поворота тела за время  $t$ , рад;

$\omega$  — угловая скорость, рад/с;

$\varphi_0$  — угол поворота, на который развернулось тело до начала отсчета;

$\omega_0$  — начальная угловая скорость;

$\varepsilon$  — угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>;

Угловая скорость:  $\omega = \varphi'$ ;  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ;

Угловое ускорение:  $\varepsilon = \omega'$ .

Кинематические графики вращательного движения представлены на рис.9

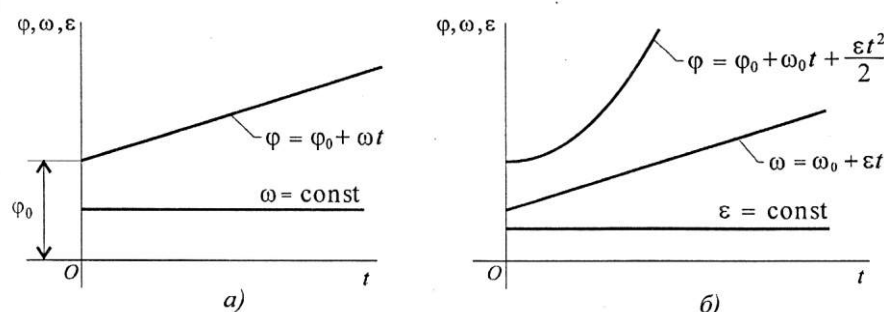
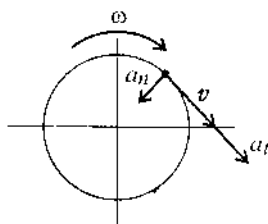


Рис.9

Число оборотов вращения тела:  $z = \varphi/(2\pi)$ .

Угловая частота вращения:  $n$ , об/мин.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$



Параметры движения точки  
вращающегося тела (рис.10):

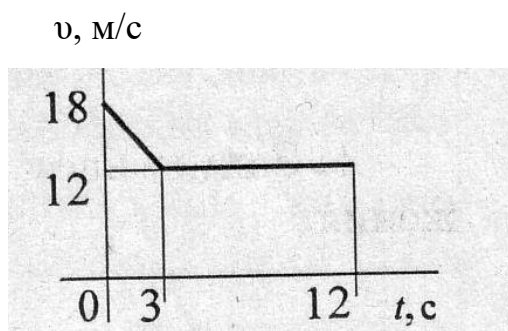
Рис.10

$v$  — линейная скорость точки  $A$ :  
 $v = \omega r$ , м/с;  
 $a_t$  — касательное ускорение точки  $A$ :  
 $a_t = \varepsilon r$ , м/с<sup>2</sup>;  
 $a_n$  — нормальное ускорение точки  $A$ :  
 $a_n = \omega^2 r$ , м/с<sup>2</sup>.

### Рекомендации для решения расчетно-графической работы 5

1. Определить вид движения на каждом участке по приведенному кинематическому графику.
2. Записать законы движения шкива на каждом участке. Параметры движения в конце каждого участка являются начальными параметрами движения на каждом последующем.
3. Определить полный угол поворота шкива за время вращения. Использовать формулу для перехода от угловой частоты вращения к угловому ускорению.
4. Определить полное число оборотов шкива, используя формулу 
$$z = \frac{\varphi}{2\pi}$$
5. Построить графики угловых перемещений и угловых ускорений.
6. Определить нормальное и касательное ускорения точки на ободе в указанные моменты времени.

**Пример 5.** Скорость вращения шкива диаметром  $d = 0,6$ м меняется согласно графику (рис.11). Определить полное число оборотов шкива за время движения и среднюю угловую скорость за это время. Определить ускорение точек обода в момент времени  $t = 2$ с.



*Решение*

1..Согласно графику следует рассмотреть два участка движения.

Первый участок – равнозамедленное движение.

Уравнение скорости  $\omega_1 = \omega_{01} + \varepsilon_1 \cdot t_1$

Из зависимости между линейной и угловой скоростью определить:

$$\omega_{01} = v_{01}/r = 18/0,3 = 60 \text{ рад/с}; \quad \omega_1 = v_1/r = 12/0,3 = 40 \text{ рад/с}$$

$$\text{Отсюда } \varepsilon_1 = (\omega_1 - \omega_{01})/t_1 = (40 - 60)/3 = -6,7 \text{ рад/с}^2$$

Второй участок – равномерное движение

$$v_2 = 12 \text{ м/с}; \quad \omega_2 = 40 \text{ рад/с}; \quad \varepsilon = 0$$

Определить угол поворота на первом участке

$$\varphi_1 = \varphi_{01} + \omega_{01}t_1 + \varepsilon_1 \cdot t_1^2 / 2$$

$$\text{Т.к. } \varphi_{01} = 0$$

$$\varphi_1 = 60 \cdot 3 - 6,7 \cdot 3^2 / 2 = 150 \text{ рад}$$

Определить угол поворота на втором участке

$$\varphi_2 = \varphi_{02} + \omega_{02}t_2$$

$$\text{Принять для второго участка } \varphi_{02} = 0$$

$$\text{Тогда } \varphi_2 = 40 \cdot 9 = 360 \text{ рад}$$

$$\text{Общий угол поворота } \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 150 + 360 = 510 \text{ рад}$$

$$2. \text{ Средняя угловая скорость за время вращения } \omega_{\text{ср}} = \varphi/t = 510/12 = 42,5 \text{ рад/с}$$

$$3. \text{ В момент времени } t = 2 \text{ с движение равнозамедленное, } \varepsilon = -6,7 \text{ рад/с}^2$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t = 60 - 6,7 \cdot 2 = 46,6 \text{ рад/с}$$

Касательная составляющая ускорения  $a_t = \varepsilon \cdot r = -6,67 \cdot 0,3 = 2,01 \text{ м/с}^2$

Нормальная составляющая ускорения  $a_n = \omega^2 \cdot r = 4,66^2 \cdot 0,3 = 651,46 \text{ м/с}^2$

# КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по разделу: теоретическая механика.

Перед выполнением контрольной работы рекомендуется ответить на контрольные вопросы.

## Контрольные вопросы

1. Укажите возможное направление реакций в опорах? (рис.12)

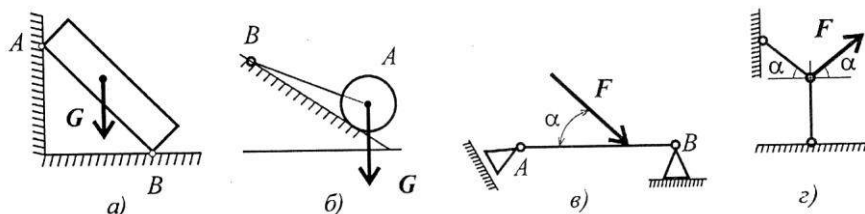


Рис.12

2. Запишите выражения для расчета проекций силы  $\mathbf{F}$  на ось  $Ox$  и  $Oy$  (рис.13)

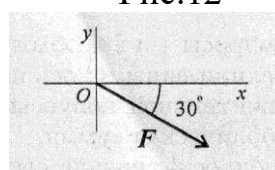


Рис.13

3. Какую силу необходимо приложить в точке C, чтобы алгебраическая сумма моментов относительно точки O была равна нулю? (рис.14)  $OA=AB=BC=5\text{ м}$ ;  $F_1=7,8\text{ кН}$ ;  $F_2=3\text{ кН}$

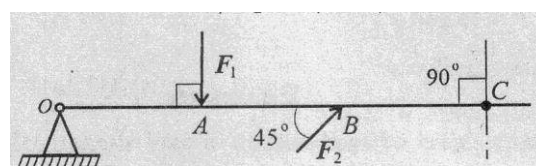


Рис.14

4. Тело движется равномерно и прямолинейно (равновесие). Чему равны главный вектор и главный момент системы?

5. Замените распределенную нагрузку сосредоточенной и определите расстояние от точки приложения равнодействующей до опоры A (рис.15)

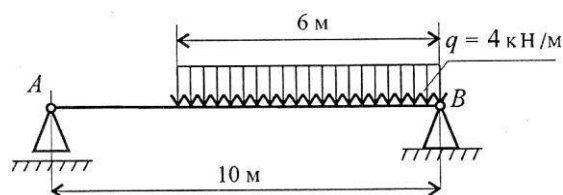


Рис.15

6. Определите координаты центра тяжести заштрихованной фигуры (рис.16). Размеры приведены в миллиметрах.

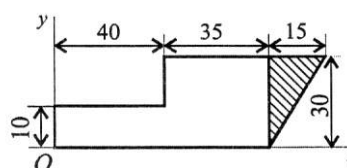


Рис.16

7. Запишите в общем виде закон движения в естественной и координатной форме.

8. Запишите формулы для определения нормального и касательного ускорения. Что характеризует нормальное и касательное ускорение?
9. Точка движется по дуге. Охарактеризуйте движение точки (рис.17).

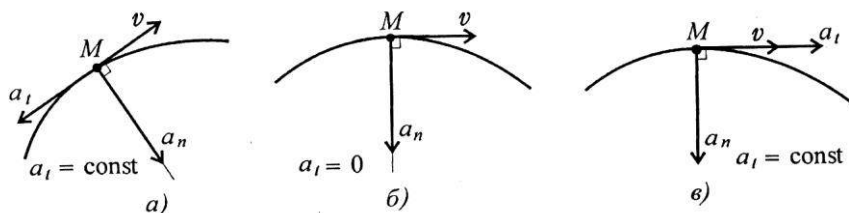


Рис.17

10. После столкновения двух материальных точек с массами  $m_1 = 6$  кг и  $m_2 = 24$  кг первая точка получила ускорение  $1,6$  м/с<sup>2</sup>. Чему равно ускорение, полученное второй точкой?
11. Запишите формулы для расчета работы и мощности при поступательном и вращательном движении.

**Расчетно-графическая работа 1. Тема 1.2.** Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами.

Построить схему сходящихся сил в соответствии с данными табл.1. в масштабе. Определить равнодействующую аналитическим способом, определить равнодействующую геометрическим способом в выбранном масштабе.

Таблица 1

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_1$ , кН	8	20	3	12	6	5	18	12	15	3	12	10
$F_2$ , кН	12	5	6	8	12	10	9	4	10	12	9	15
$F_3$ , кН	2	10	12	6	15	20	6	16	20	18	6	10
$F_4$ , кН	10	15	15	4	3	15	12	20	5	6	15	5
$F_5$ , кН	6	10	9	10	18	15	15	8	10	21	10	10
$\alpha_1$ , град	0	0	15	30	0	30	0	15	30	0	15	0
$\alpha_2$ , град	45	60	45	45	15	60	45	30	75	30	45	75
$\alpha_3$ , град	75	75	60	0	45	75	75	60	120	75	60	90
$\alpha_4$ , град	30	150	120	60	150	180	150	120	180	150	180	150
$\alpha_5$ , град	270	210	270	360	300	210	300	270	300	210	300	210
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$F_1$ , кН	20	8	12	3	5	6	12	18	3	15	10	12
$F_2$ , кН	5	12	8	6	10	12	4	9	12	10	15	9
$F_3$ , кН	10	2	6	12	20	15	16	6	18	20	10	6
$F_4$ , кН	15	10	4	15	15	3	20	12	6	5	5	15
$F_5$ , кН	10	6	10	9	15	18	8	15	21	10	10	10
$\alpha_1$ , град	0	0	15	30	0	30	0	15	30	0	15	0
$\alpha_2$ , град	45	60	45	45	15	60	45	30	75	30	45	75

$\alpha_3$ , град	75	75	60	0	45	75	75	60	120	75	60	90
$\alpha_4$ , град	30	150	120	60	150	180	150	120	180	150	180	150
$\alpha_5$ , град	270	210	270	360	300	210	300	270	300	210	300	210

**Расчетно-графическая работа 2. Темы 1,3, 1.4.** Определить величины реакций в опоре зашечленной балки или шарнирных опорах. Провести проверку правильности решения. Данные выбрать из табл.2 и рис. 18 и 19.

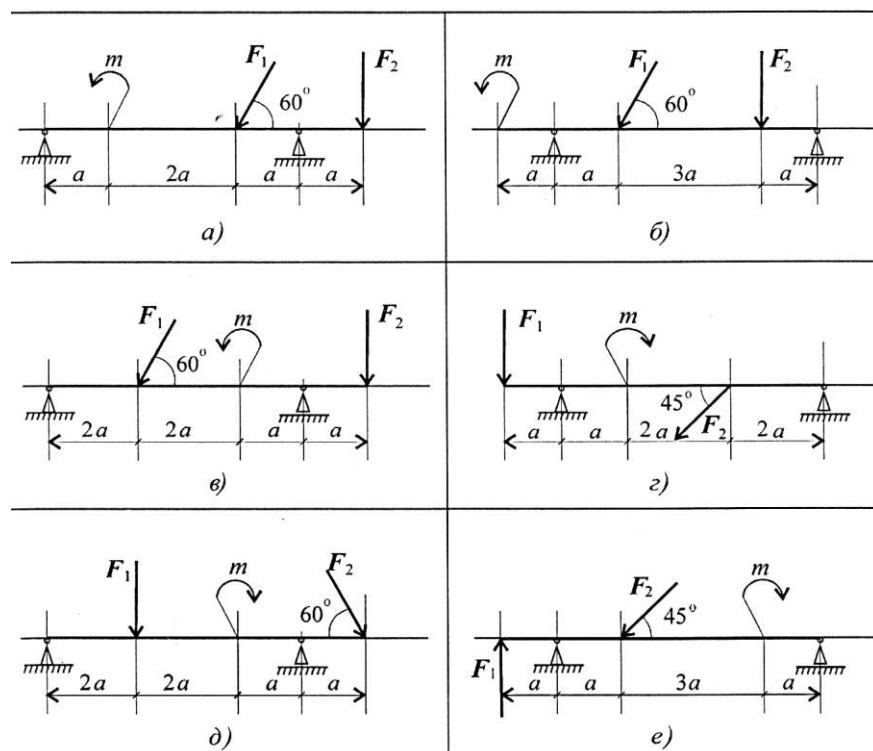


Рис.18.

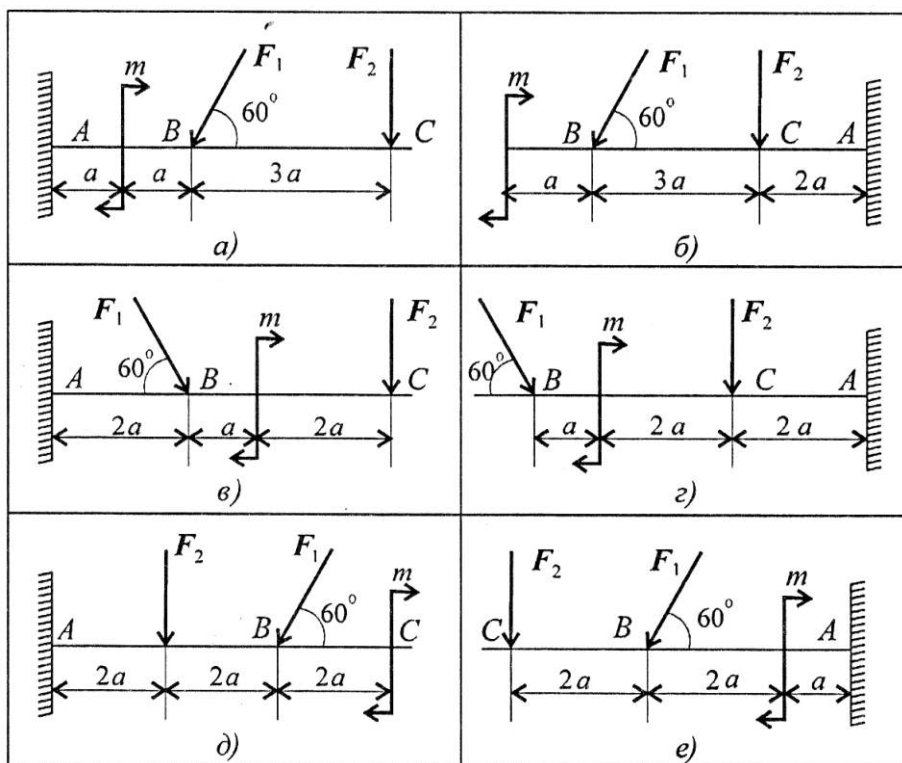


Рис.19.

Таблица 2

Пара метр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_1$ , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	10	12
$F_2$ , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24	4,4	4,8
$m$ , кН·м	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	14	13
$a$ , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,2	0,2
Рис.	18.а	18.б	18.в	18.г	18.д	18.е	18.а	18.б	18.в	18.г	18.д	18.е
Пара метр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$F_1$ , кН	14	16	18	20	22	24	26	28	10	12	14	16
$F_2$ , кН	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24	4,4	4,8	7,8	8,4
$m$ , кН·м	12	11	10	9	8	7	6	5	14	13	12	11
$a$ , м	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,2	0,2	0,3	0,3
Рис.	19.а	19.б	19.в	19.г	19.д	19.е	19.а	19.б	19.в	19.г	19.д	19.е

**Расчетно-графическая работа 3. Темы 1.3, 1.4.** Определить величины реакций в опоре заземленной балки или шарнирных опорах. Провести проверку правильности решения. Данные выбрать из таблицы 3 и рис. 20 и 21.

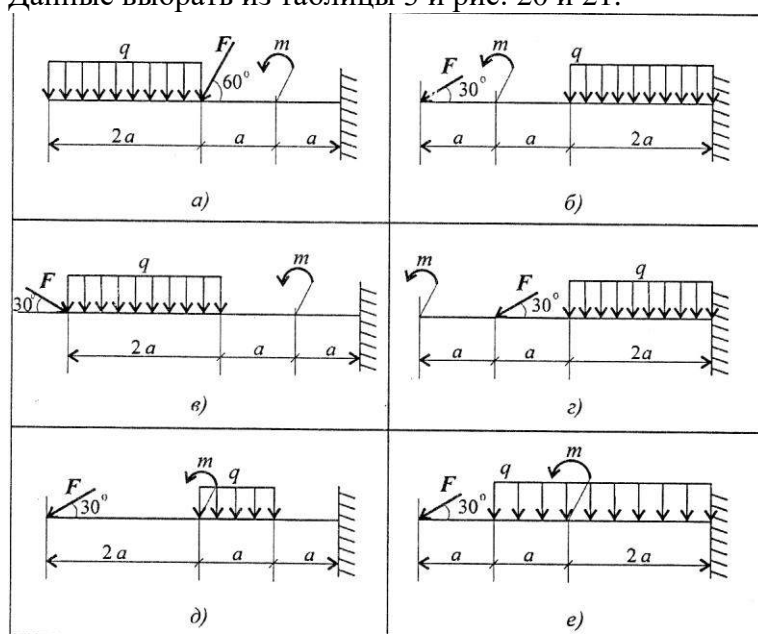


Рис.20.

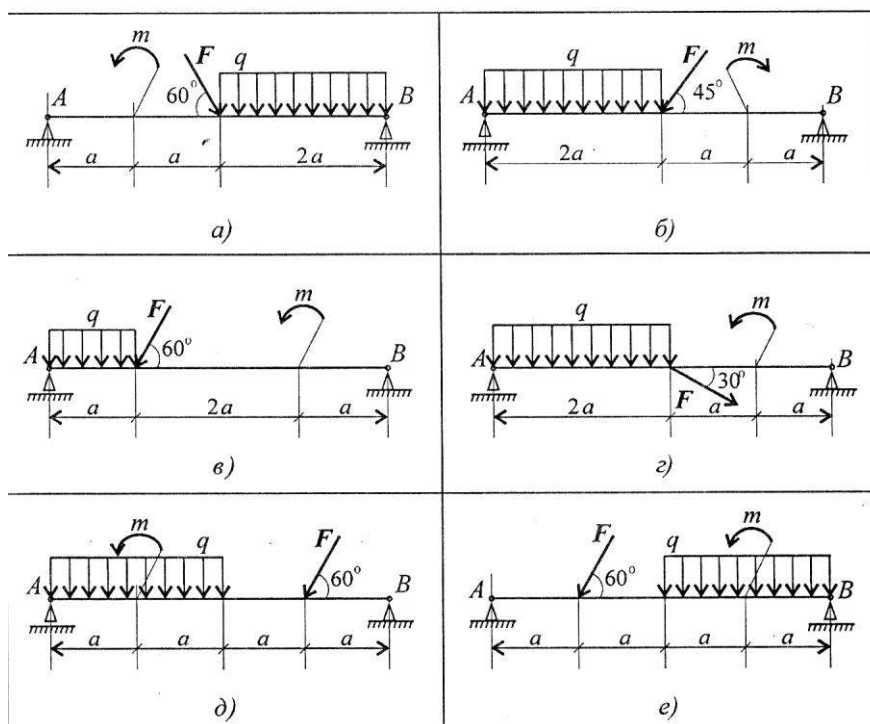


Рис.21.

Таблица 3

Пара метр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F, кН	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	4	6
q кН/м	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2
m, кН·м	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	5	10
a, м	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2
Рис.	20.а	20.б	20.в	20.г	20.д	20.е	20.а	20.б	20.в	20.г	20.д	20.е
Пара метр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
F, кН	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	10	20
q кН/м	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	2	2
m, кН·м	15	25	35	45	55	45	35	25	15	5	15	25
a, м	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,4
Рис.	21.а	21.б	21.в	21.г	21.д	21.е	21.а	21.б	21.в	21.г	21.д	21.е

**Расчетно-графическая работа 4. Тема 1.5. Определить координаты центра тяжести сечения. Данные выбрать из таблицы 4 и рис.22.**

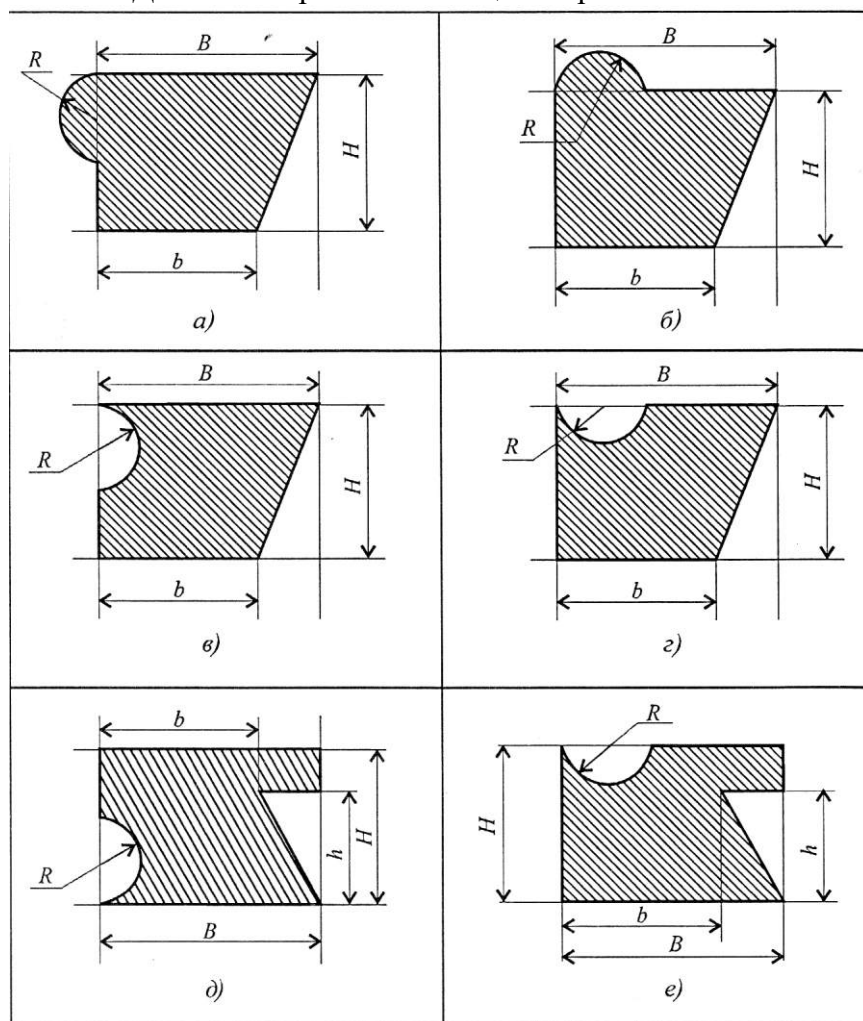


Рис. 22

Таблица 4

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
В, мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	100	110
б, мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	60	70
Н, мм	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	80	90
h, мм	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	50	60
R, мм	20	25	25	30	30	40	40	50	50	60	20	25
Рис.	22.а	22.б	22.в.	22.г	22.д	22.е	22.а	22.б	22.в.	22.г	22.д	22.е
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
В, мм	120	130	140	150	160	170	180	190	100	110	120	130
б, мм	80	90	100	110	120	130	140	150	60	70	80	90
Н, мм	100	110	120	130	140	150	160	170	80	90	100	110
h, мм	70	80	90	100	110	120	130	140	50	60	70	80
R, мм	25	30	30	40	40	50	50	60	20	25	25	30
Рис.	22.а	22.б	22.в.	22.г	22.д	22.е	22.а	22.б	22.в.	22.г	22.д	22.е

**Расчетно-графическая работа 5. Темы 1.6, 1.7, 1.8.** Частота вращения шкива диаметром  $d$  меняется согласно графику. Определить число оборотов шкива за время движения и среднюю угловую скорость за это время. Построить график угловых перемещений и угловых ускорений шкива. Определить ускорение точек обода колеса в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . Данные выбрать из таблицы 5 и рис.23.

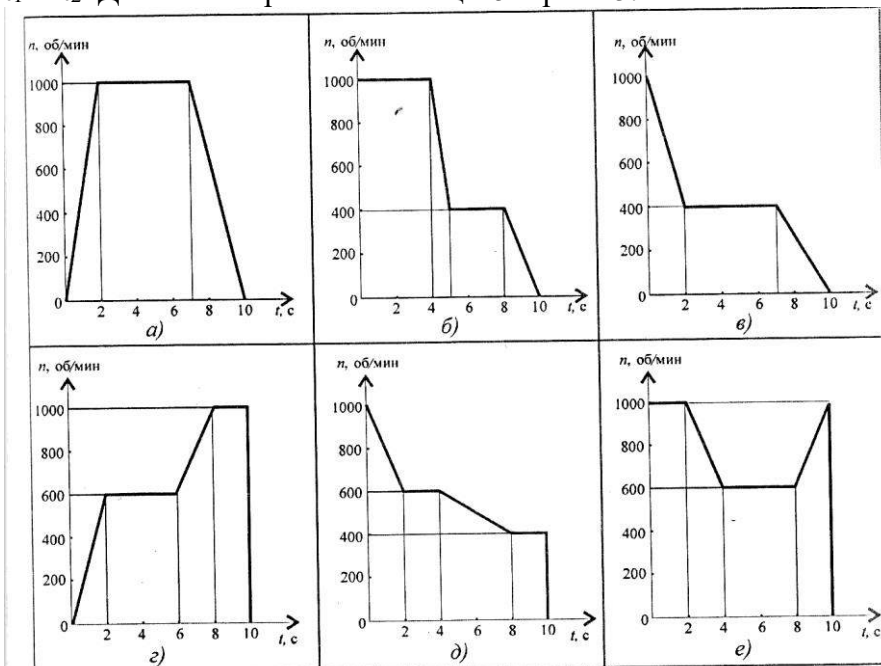


Рис. 23

Таблица 5

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Диаметр шкива, м	0,2	0,3	0,4	0,6	0,6	0,8	0,2	0,6	0,5	0,8	0,2	0,3
$t_1$ , с	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
$t_2$ , с	8	9	8	8	8	6	9	8	9	6	8	9
Рис.	23.а	23.б	23.в	23.г	23.д	23.е	23.а	23.б	23.в	23.г	23.д	23.е
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Диаметр шкива, м	0,4	0,6	0,6	0,8	0,2	0,6	0,5	0,8	0,2	0,3	0,4	0,6
$t_1$ , с	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
$t_2$ , с	8	8	8	6	9	8	9	6	8	9	8	8
Рис.	23.а	23.б	23.в	23.г	23.д	23.е	23.а	23.б	23.в	23.г	23.д	23.е

по разделам «Сопротивление материалов» и «Детали машин».

## Тема 2.2. Растяжение и сжатие.

Растяжением или сжатием называют вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила.

Продольные силы меняются по длине бруса. При расчётах после определения величин продольных сил по сечениям строится график – эпюра продольных сил.

Если продольная сила направлена от сечения, то брус растянут. Растяжение считают положительной деформацией. (см.рис.24 а). если продольная сила направлена к сечению, то брус сжат. Сжатие считают отрицательной деформацией (см. рис. 24 б).

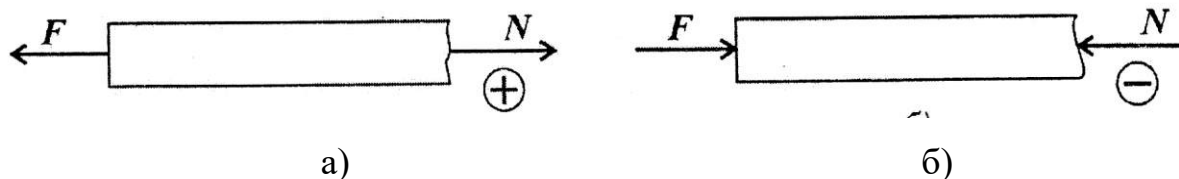


Рис. 24

### Необходимые формулы

Нормальное напряжение

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где  $N$  — продольная сила;  $A$  — площадь поперечного сечения.

Удлинение (укорочение) бруса

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{\sigma l}{E},$$

$E$  — модуль упругости;  $l$  — начальная длина стержня.

Допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[S]},$$

$[S]$  — допускаемый запас прочности.

Условие прочности при растяжении и сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

### Пример 1.

Дана схема нагружения и размеры бруса до деформации (рис.25).  
Брус зашцеилен, определить перемещение свободного конца.

*Решение.*

1. Разделим брус на участки нагружения. Балка зашцеилена, в заделке возникает неизвестная реакция в опоре, поэтому расчёт начинаем со свободного конца.

Брус имеет два участка нагружения.

2. Определяем величины продольных сил по сечениям с учётом изменений площади поперечного сечения.

Участок 1.  $N_1 = +25 \text{ кН}$ ; растянут.

Участок 2.  $N_2 = 25 - 60 = -35 \text{ кН}$ ; сжат.

Строим эпюру продольных сил.

3. Определяем величины нормальных напряжений по сечениям с учётом изменений площади поперечного сечения.

Три участка по напряжениям.

$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 25 \cdot 10^3 / 500 = 50 \text{ Н/мм}^2$$

$$\sigma_2 = N_1 / A_2 = 25 \cdot 10^3 / 1000 = 25 \text{ Н/мм}^2$$

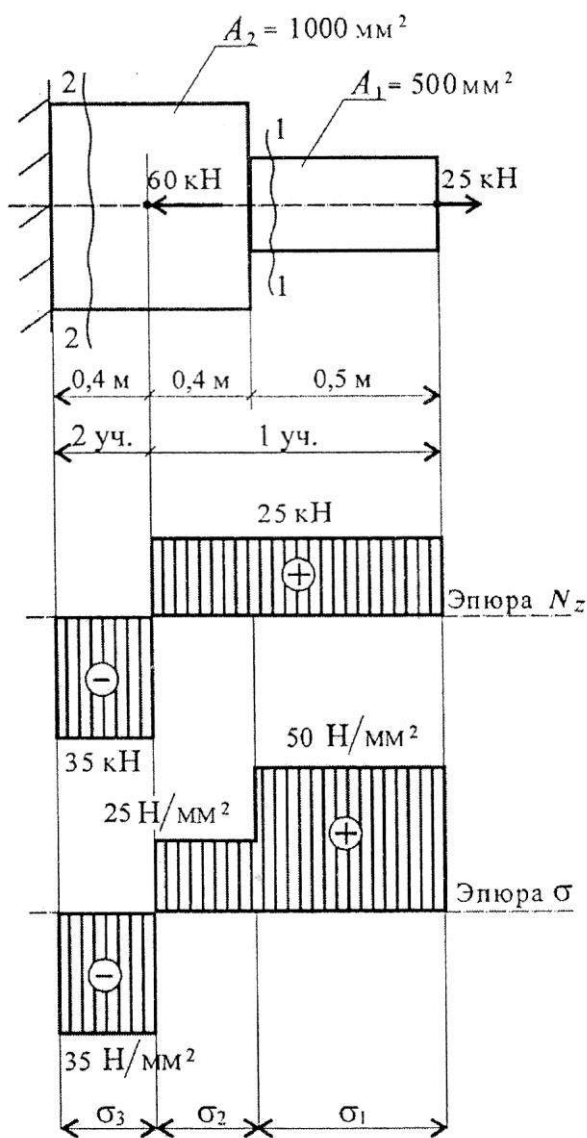


Рис. 25

$$\sigma_3 = N_2 / A_2 = -35 \cdot 10^3 / 1000 = -35 \text{ Н/мм}^2$$

Строим эпюру нормальных напряжений.

3. На каждом участке определяем абсолютное удлинение. Результаты алгебраически суммируем.

$$\Delta \ell_1 = \frac{\sigma_1 \ell_1}{E} = 50 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 0,125$$

мм;

$$\Delta \ell_2 = \frac{\sigma_2 \ell_2}{E} = 25 \cdot 0,4 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 0,05 \text{ мм;}$$

$$\Delta \ell_3 = \frac{\sigma_3 \ell_3}{E} = -35 \cdot 0,4 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 =$$

$$-0,07 \text{ мм;}$$

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 = 0,125 + 0,05$$

$$-0,07 =$$

$$0,105 \text{ мм}$$

**Пример 2.** Однородная жесткая плита с силой тяжести  $10 \text{ кН}$ , нагруженная силой  $F = 4,5 \text{ кН}$  и моментом  $m = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , опирается в точке  $A$  и подвешена на стержне  $BC$  (рис. 26). Подобрать сечение стержня в виде швеллера и определить его удлинение, если длина стержня  $1 \text{ м}$ , материал — сталь, предел текучести  $570 \text{ МПа}$ , запас прочности для материала  $1,5$ .

### Решение

1. Определить усилие в стержне под действием внешних сил.

Система находится в равновесии, можно использовать уравнение равновесия для плиты:  $\sum m_A = 0$ .

$R_B$  — реакция стержня, реакции шарнира  $A$  не рассматриваем.

$$\sum m_A = m + G \cdot 5 - R_B \cdot 7 + F \cdot 10 = 0.$$

$$R_B \cdot 7 = m + G \cdot 5 + F \cdot 10.$$

Откуда 
$$R_B = \frac{3 + 10 \cdot 5 + 4,5 \cdot 10}{7} = 14 \text{ кН}.$$

По третьему закону динамики реакция в стержне равна силе, действующей от стержня на плиту. Усилие в стержне равно  $14 \text{ кН}$ .

2. По условию прочности определяем требуемую величину площади поперечного сечения:  $\sigma = N/A \leq [\sigma]$ , откуда  $A \geq N/[\sigma]$ .

Допускаемое напряжение для материала стержня

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{570}{1,5} = 380 \text{ МПа}.$$

Следовательно, 
$$A \geq \frac{14 \cdot 10^3}{380} = 36,8 \text{ мм}^2 = 0,368 \text{ см}^2.$$

3. Подбираем сечение стержня по ГОСТ.

Минимальная площадь швеллера  $6,16 \text{ см}^2$  (№ 5; ГОСТ 8240-89).

Целесообразнее использовать равнополочный уголок № 2 ( $d = 3 \text{ мм}$ ), площадь поперечного сечения которого  $1,13 \text{ см}^2$  (ГОСТ 8509-86).

4. Определить удлинение стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}, \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$\Delta l = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,13} = 0,62 \text{ мм}.$$

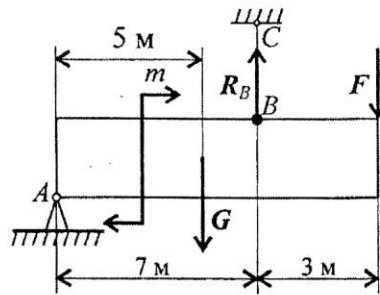
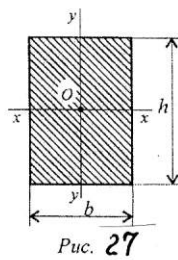


Рис. 26

## Тема 2.4. Геометрические характеристики плоских сечений.

### Моменты инерции простейших сечений



#### Прямоугольник и квадрат (рис. 27)

Осевые:

$$J_x \text{ — относительно оси } xx \quad J_x = \frac{bh^3}{12};$$

$$J_y \text{ — относительно оси } yy \quad J_y = \frac{hb^3}{12}.$$

$$\text{Полярный } J_p = J_x + J_y.$$

#### Круг и кольцо (рис. 28)

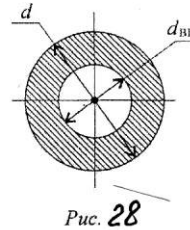
$$\text{Осевые: } J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \text{ — круг;}$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4) \text{ — кольцо.}$$

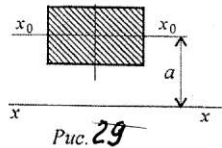
$$\text{Полярный: } J_p = \frac{\pi d^4}{32} \text{ — круг;}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4) \text{ — кольцо,}$$

где  $d$  — диаметр круга и наружный диаметр кольца;  $d_{\text{вн}}$  — внутренний диаметр кольца;  $c = d_{\text{вн}}/d$ .



#### Моменты инерции относительно параллельных осей (рис. 29)



$$J_x = J_{x_0} + a^2 A,$$

где  $J_x$  — момент инерции относительно оси  $xx$ ;

$J_{x_0}$  — момент инерции относительно оси  $x_0x_0$ ;  $A$  — площадь сечения;  $a$  — расстояние между осями.

### Рекомендации для решения задач

1. Момент инерции сложной фигуры является суммой моментов инерции частей, на которые её разбивают. Разбить заданную фигуру на простейшие части, для каждой определить главные центральные моменты инерции по известным формулам. Моменты инерции простых геометрических фигур приведены в приложении 11 [2].
2. Моменты инерции вырезов и отверстий можно представить отрицательными величинами.
3. Заданные сечения симметричны, главные центральные оси совпадают с осями симметрии составного сечения
4. Моменты инерции частей, чьи главные центральные оси не совпадают с главными центральными осями сечения в целом, пересчитывают с помощью формулы для моментов инерции относительно параллельных осей. Расстояние между осями определить по чертежу.

**Пример 3.** Определить величину осевых моментов инерции относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  и полярный момент инерции плоской фигуры (рис 30).

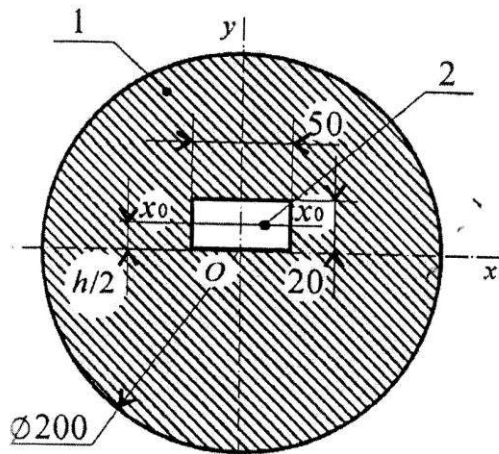


Рис. 30

### Решение

1. Определим осевой момент инерции относительно оси  $Ox$ . Используем формулы для главных центральных моментов. Представим момент инерции сечения как разность моментов инерции круга и прямоугольника.

$$\text{Для круга } J_{x_1} = \frac{\pi d^4}{64}.$$

$$\text{Для прямоугольника } J_{x_{02}} = \frac{bh^3}{12}.$$

Для прямоугольника ось  $Ox$  не проходит через ЦТ. Момент инерции прямоугольника относительно оси  $Ox$ :

$$J_{x_2} = J_{x_{02}} + a^2 A,$$

где  $A$  — площадь сечения;  $a$  — расстояние между осями  $Ox$  и  $Ox_0$ .

$$J_{x_2} = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{3}.$$

Момент инерции сечения

$$J_x = J_{x_1} - J_{x_2}, \quad J_x = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{bh^3}{3};$$

$$J_x = \frac{3,14 \cdot 2^4 \cdot 10^8}{64} - \frac{50 \cdot 2^3 \cdot 10^3}{3} = 783,7 \cdot 10^5 \text{ мм}^4; \quad J_x = 7837 \text{ см}^4.$$

2. Осевой момент инерции относительно оси  $Oy$ :

$$J_{y_1} = J_{x_1} = \frac{\pi d^4}{64} \text{ — круг; } J_{y_2} = \frac{hb^3}{12} \text{ — прямоугольник.}$$

Момент инерции сечения

$$J_y = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{h \cdot b^3}{12}; \quad J_y = \frac{3,14 \cdot 200^4}{64} - \frac{20 \cdot 50^3}{12} = 760 \cdot 10^5 \text{ мм}^4;$$

$$J_y = 7600 \text{ см}^4.$$

Полярный момент инерции

$$J_p = J_x + J_y = 7837 + 7600 = 15437 \text{ см}^4.$$

## Тема 2.5. Кручение.

Кручением называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор - крутящий момент

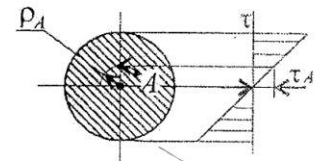
### Основные положения расчетов при кручении

*Распределение касательных напряжений по сечению при кручении (рис. 31.)*

Касательное напряжение в точке A:

$$\tau_A = \frac{M_k \rho_A}{J_p},$$

где  $\rho_A$  — расстояние от точки A до центра сечения.



*Условие прочности при кручении:*

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k]; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3 \quad (\text{круг}),$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}(1 - c^4) \quad (\text{кольцо}),$$

$M_k$  — крутящий момент в сечении, Н·м, Н·мм;

$W_p$  — момент сопротивления при кручении, м<sup>3</sup>, мм<sup>3</sup>;

$[\tau_k]$  — допускаемое напряжение при кручении, Н/м<sup>2</sup>, Н/мм<sup>2</sup>.

*Проектировочный расчет, определение размеров поперечного сечения*

Сечение — круг: 
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}}$$

Сечение — кольцо: 
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2(1 - c^4)[\tau_k]}}$$

где  $d$  — наружный диаметр круглого сечения;  
 $d_{\text{вн}}$  — внутренний диаметр кольцевого сечения;  $c = d_{\text{вн}}/d$ .

### **Определение рационального расположения колес на валу**

Рациональное расположение колес — расположение, при котором максимальное значение крутящего момента на валу — наименьшее из возможных.

Для экономии металла сечение бруса рекомендуется выполнить кольцевым.

### **Условие жесткости при кручении**

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\varphi_0]; \quad G \approx 0,4E,$$

$G$  — модуль упругости при сдвиге, Н/м<sup>2</sup>, Н/мм<sup>2</sup>;

$E$  — модуль упругости при растяжении, Н/м<sup>2</sup>, Н/мм<sup>2</sup>.

$[\varphi_0]$  — допускаемый угол закручивания,  $[\varphi_0] \cong 0,5 \div 1$  град/м;

$J_p$  — полярный момент инерции в сечении, м<sup>4</sup>, мм<sup>4</sup>.

### **Проектировочный расчет, определение наружного диаметра сечения**

$$J_p \geq \frac{M_k}{G[\varphi_0]}; \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 \quad (\text{круг}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi}}.$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4) \quad (\text{кольцо}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi(1 - c^4)}}.$$

Рекомендации по выполнению расчетно-графической работы №8.

1. Построить эпюру крутящих моментов по длине вала для предложенной в задании схемы.
2. Выбрать рациональное расположение колес на валу и дальнейшие расчеты проводить для вала с рационально расположенными шкивами.
3. Определить потребные диаметры вала круглого сечения из расчета на прочность и жесткость и выбрать наибольшее из полученных значений, округлив величину диаметра.
4. Сравнить затраты металла для случая круглого и кольцевого сечений. Сравнение провести по площадям поперечных сечений валов. Площади валов рассчитать в наиболее нагруженном сечении (по максимальному крутящему моменту на эпюре моментов).

**Пример 4.** Для заданного бруса (рис. 32) построить эпюры крутящих моментов, рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента. Построить эпюру крутящих моментов при рациональном расположении шкивов.

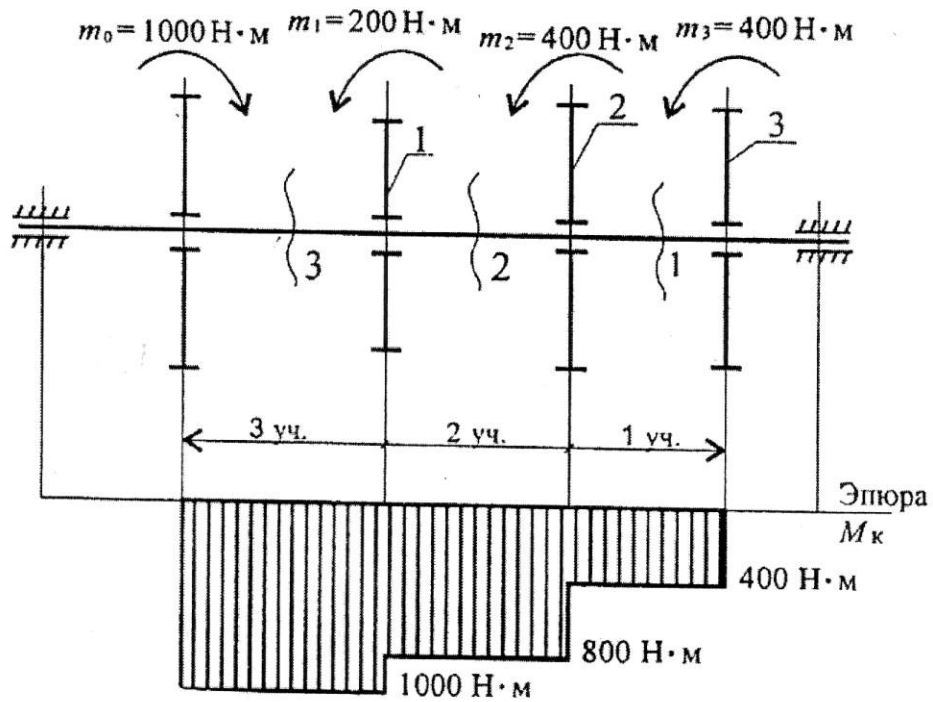


Рис. 32

Из условия прочности определить диаметры вала для сплошного и кольцевого сечений, приняв  $c = \frac{a_{\text{вн}}}{d} = 0,5$ . Сравнить полученные результаты по полученным площадям поперечных сечений.  $[\tau_k] = 35 \text{ МПа}$ .

### Решение

1. Пользуясь методом сечений, определяем крутящие моменты на участках вала (рис. 33).

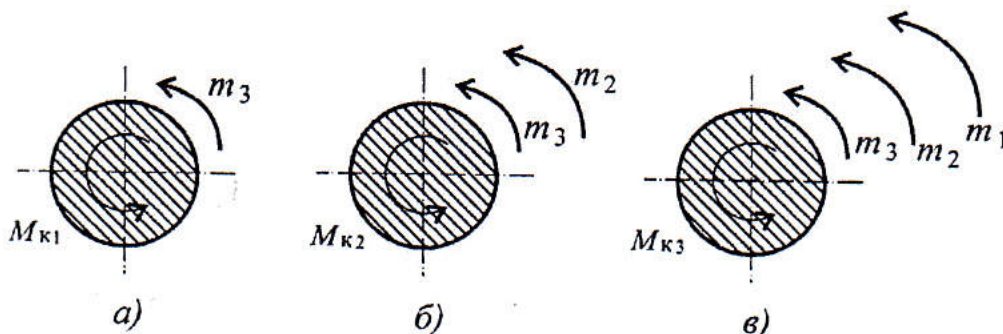


Рис. 33

Сечение 1 (рис. 33 а):  $M_{k1} = m_3 = 400 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Сечение 2 (рис. 33 б):  $M_{k2} = m_3 + m_2 = 800 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Сечение 3 (рис. 33 в):  $M_{k3} = m_3 + m_2 + m_1 = 1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

2. Строим эпюру крутящих моментов. Значения крутящих моментов откладываем вниз от оси, т.к. моменты отрицательные.

Максимальное значение крутящего момента на валу в этом случае  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (рис. 33).

3. Выберем рациональное расположение колес на валу. Наиболее целесообразно такое размещение колес, при котором наибольшие положительные и отрицательные значения крутящих моментов на участках будут по возможности одинаковыми. Из этих соображений ведущий шкив, передающий момент  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , помещаем ближе к центру вала, ведомые шкивы 1 и 2 размещаем слева от ведущего с моментом  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , шкив 3 остается на том же мес-

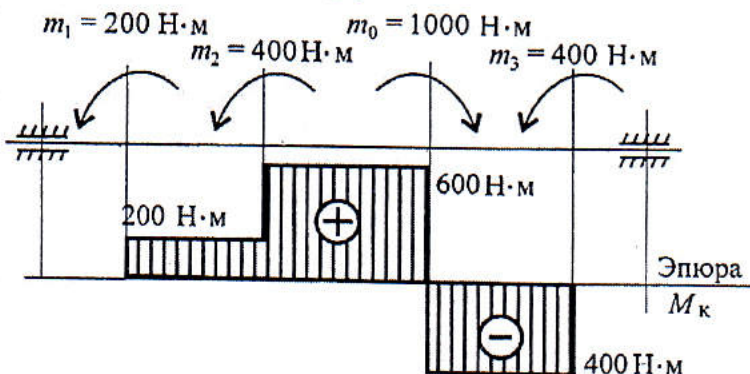


Рис. 34

те. Строим эпюру крутящих моментов при выбранном расположении шкива (рис.34).

Максимальное значение крутящего момента на валу при выбранном расположении колес на валу  $600 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

4. определяем диаметры вала по сечениям при условии, что сечение – круг.

Условие прочности при кручении –  $\tau_k = M_k / W_p \leq [\tau_k]$ .

Момент сопротивления кручению

$$W_p \geq \frac{M_k}{[\tau_k]}.$$

$$W_{p1} = \frac{400 \cdot 10^3}{35} = 11,4 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$W_{p2} = \frac{600 \cdot 10^3}{35} = 17,1 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$W_{p3} = \frac{200 \cdot 10^3}{35} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Определяем диаметры вала по сечениям:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}. \quad d = \sqrt[3]{\frac{16 W_p}{\pi}}.$$

$$d_1 = 10 \sqrt{\frac{16 \cdot 11,4}{3,14}} = 38,8 \text{ мм};$$

$$d_2 = 10 \sqrt{\frac{16 \cdot 17,1}{3,14}} = 44,25 \text{ мм};$$

$$d_3 = 10 \sqrt{\frac{16 \cdot 5,6}{3,14}} = 31 \text{ мм}.$$

Округляем полученные значения:  $d_1 = 40 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 45 \text{ мм}$ ,  $d_3 = 35 \text{ мм}$ .

5. Определяем диаметры вала по сечениям при условии, что сечение – кольцо.

Моменты сопротивления остаются теми же.

По условию  $c = d_{вн} / d = 0,5$ .

Полярный момент сопротивления кольца

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4)$$

Формула для определения наружного диаметра вала кольцевого сечения будет следующей:

$$d' = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi(1 - c^4)}}.$$

Расчет можно провести по формуле

$$d' = d \sqrt[3]{\frac{1}{(1 - c^4)}}.$$

Диаметры вала по сечениям:

$$d'_1 = 10 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 11,4}{3,14(1 - 0,5^4)}} = 39,6 \text{ мм};$$

$$d'_2 = 10 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 17,1}{3,14(1 - 0,5^4)}} = 45,2 \text{ мм};$$

$$d'_3 = 10 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5,6}{3,14(1 - 0,5^4)}} = 32 \text{ мм}.$$

Наружные диаметры вала кольцевого сечения практически не изменились.

Для кольцевого сечения:  $d'_1 = 40 \text{ мм}$ ;  $d'_2 = 46 \text{ мм}$ ;  $d'_3 = 35 \text{ мм}$ .

6. Для вывода об экономии металла при переходе на кольцевое сечение сравним площади сечений (рис. 35).

При условии, что сечение — круг:

$$A = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Сплошное круглое сечение:

$$A_1 = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ мм}^2;$$

$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 45^2}{4} = 1590 \text{ мм}^2;$$

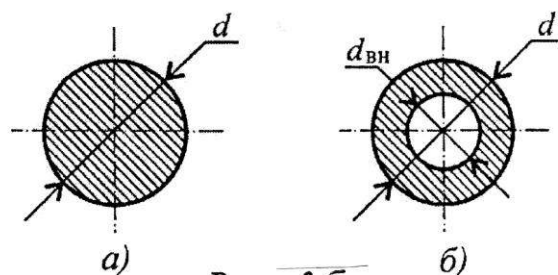


Рис. 35

$$A_3 = \frac{3,14 \cdot 35^2}{4} = 962 \text{ мм}^2.$$

При условии, что сечение — кольцо,  $c = d_{\text{вн}}/d_1 = 0,5$

$$A' = \frac{\pi d'^2}{4} - \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} = \frac{\pi d'^2}{4} (1 - c^2).$$

Кольцевое сечение:

$$A'_1 = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} (1 - 0,5^2) = 942 \text{ мм}^2;$$

$$A'_2 = \frac{3,14 \cdot 46^2}{4} (1 - 0,5^2) = 1246 \text{ мм}^2;$$

$$A'_3 = \frac{3,14 \cdot 35^2}{4} (1 - 0,5^2) = 729 \text{ мм}^2.$$

Сравнительная оценка результатов:

$$\frac{A_1}{A'_1} \cong \frac{A_2}{A'_2} \cong \frac{A_3}{A'_3} = 1,3.$$

Следовательно, при переходе с кругового на кольцевое сечение экономия металла по весу составит 1,3 раза.

## Тема 2.6. Изгиб

Изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает внутренний силовой фактор — изгибающий момент.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает только изгибающий момент, называется чистым изгибом.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент и поперечная сила, называется поперечным изгибом.

### *Основные положения*

При чистом изгибе в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент, постоянный по величине.

При поперечном изгибе в сечении возникает изгибающий момент и поперечная сила.

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, приложенных к отсеченной части, относительно рассматриваемого сечения.

Поперечная сила в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих на отсеченной части на соответствующую ось.

При действии распределенной нагрузки возникает поперечная сила, линейно зависящая от координаты сечения.

Изгибающий момент на участке с распределенной нагрузкой меняется в зависимости от координаты сечения по параболическому закону.

*Принятые знаки поперечных сил и изгибающих моментов*

*Знаки поперечных сил*

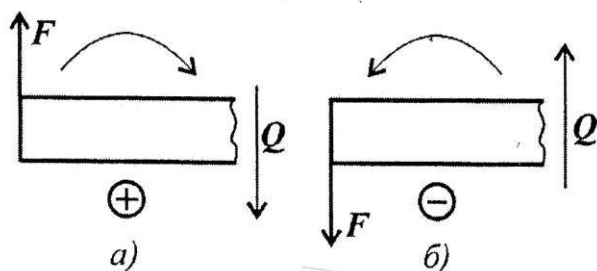


Рис. 36

*Знаки изгибающих моментов*

Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку *выпуклостью вниз*, то изгибающий момент считается *положительным* (рис. 37 а), если *наоборот* — *отрицательным* (рис. 37 б).

Поперечная сила в сечении считается *положительной*, если она стремится *развернуть сечение по часовой стрелке* (рис. 36 а), если *против*, — *отрицательной* (рис. 36 б).

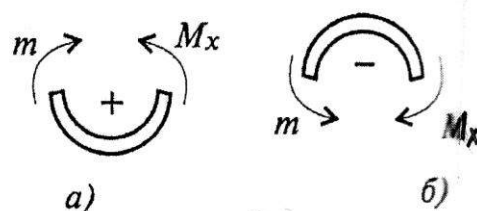


Рис. 37

*Основные расчетные формулы при изгибе*

*Распределение нормальных и касательных напряжений при изгибе*

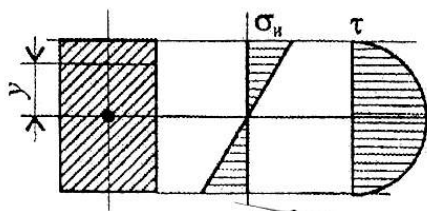


Рис. 38

$$\sigma_y = \frac{M_y y}{J_x};$$

$$\tau_{\max} = \frac{1,5Q}{A},$$

где  $M_y$  — изгибающий момент в сечении;  $Q$  — поперечная сила в сечении;  $y$  — расстояние до нейтрального слоя;  $J_x$  — осевой момент инерции сечения (рис. 38);

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}},$$

$W_x$  — осевой момент сопротивления сечения;  $A$  — площадь сечения.  
Условие прочности при изгибе

$$\sigma_y^{\max} = \frac{M_y}{W_x} \leq [\sigma_y],$$

где  $[\sigma_y]$  — допускаемое напряжение.

При решении задач использовать сортаменты на двутавры и швеллеры (приложения 1,2)

*Правила построения эпюр*

1. Для участка, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент меняется по линейному закону.

Для участка балки с равномерно распределенной нагрузкой поперечная сила изменяется по линейному закону, а эпюра ограничена наклонной прямой. Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, эпюра ограничена параболой.

2. При чистом изгибе изгибающий момент постоянен, график — прямая линия, параллельная продольной оси.

3. В том месте, где к балке приложена внешняя сосредоточенная сила, на эпюре поперечной силы возникает скачок на величину приложенной силы, а на эпюре моментов — излом.

4. На эпюре моментов, если к балке приложена распределенная нагрузка, параболическая и прямолинейная части эпюры моментов там, где

кончается или начинается распределенная нагрузка, сопрягаются плавно, без излома (если не приложена сосредоточенная сила).

5. В сечении, где к балке приложен сосредоточенный момент, на эпюре изгибающих моментов возникает скачок на величину момента этой пары. Поперечная сила при этом не изменяется.

6. В сечении на конце балки поперечная сила равна приложенной в этом сечении сосредоточенной силе или реакции в заделке.

7. на свободном конце балки или шарнирно опертom конце момент равен нулю, за исключением случаев, когда в этом сечении приложена пара сил (внешний момент).

8. Если распределенная нагрузка направлена вниз, то эпюра моментов очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

9. Если на участке поперечная сила положительна, то изгибающий момент растет. Если на участке поперечная сила отрицательна, то изгибающий момент убывает.

10. В случае приложения распределенной нагрузки при переходе поперечной силы через ноль (наклонная линия пересекает ось абсцисс), изгибающий момент экстремален ( $M_{и}^{\max}$  или  $M_{и}^{\min}$ ).

**Пример 5.** Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для двухопорной балки (рис.39).

При определении реакций в опоре равномерно распределенную нагрузку можно заранее заменить равнодействующей сосредоточенной силой:  $G = ql$ ;  $q = 4 \text{ кН/м}$ ;  $G = 4 \cdot 6 = 24 \text{ кН}$  (рис. 39).

При построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов распределенная нагрузка учитывается постепенно.

Расчет балки можно провести по характерным точкам, при этом необходимо знать правила построения эпюр, перечисленные выше.

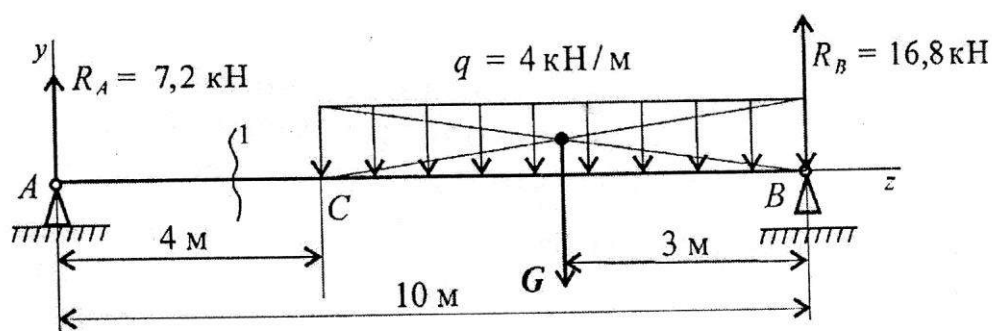


Рис. 39

Определяем реакции в опорах балки.

$$\sum m_A = 0; G \cdot 7 - R_B \cdot 10 = 0; R_B = \frac{G \cdot 7}{10}; R_B = \frac{24 \cdot 7}{10} = 16,8 \text{ кН}$$

$$\sum m_B = 0; R_A \cdot 10 - G \cdot 3 = 0; R_A = \frac{G \cdot 3}{10}; R_A = \frac{24 \cdot 3}{10} = 7,2 \text{ кН.}$$

$$\text{Проверка: } \sum F_y = 0; R_A - G + R_B = 0; 7,2 - 24 + 16,8 = 0.$$

### Построение эюр

Анализируем схему балки.

Рассмотрим участок 1 до сечения 1.

В опоре  $A$  действует сосредоточенная сила  $R_A = 7,2 \text{ кН}$ . На участке 1 поперечная сила остается постоянной:  $Q_1 = R_A = 7,2 \text{ кН}$  (рис. 40).

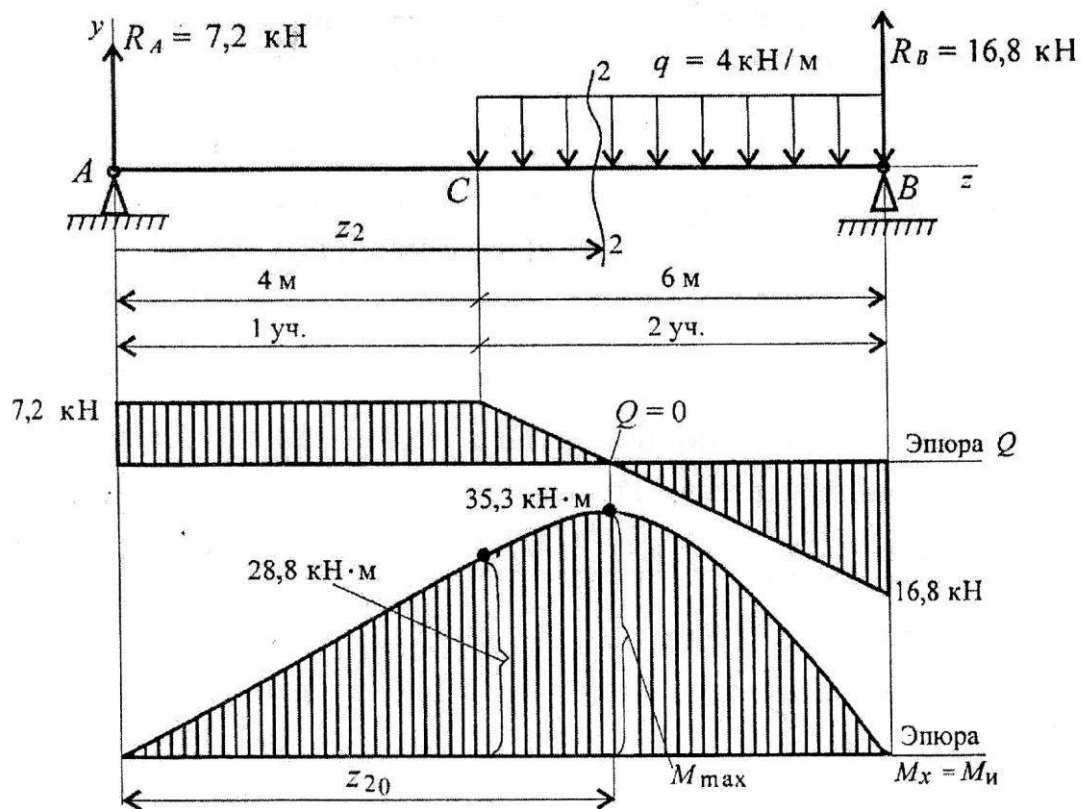


Рис. 40

Изгибающий момент в точке  $A$  равен нулю, т.к. здесь нет момента внешней пары сил:  $M_A = 0$ .

Момент в точке  $C$  (граница участка,  $z = 4 \text{ м}$ )  $M_C = R_A \cdot 4$ ;  $M_C = 7,2 \cdot 4 = 28,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Эюра очерчивается прямой линией, наклонной к оси  $Oz$  (рис. 40).

Рассмотрим участок 2 (рис. 40). Здесь действует распределенная нагрузка интенсивностью  $q = 4 \text{ кН/м}$ . При перемещении вдоль оси балки направо распределенная нагрузка суммируется. Эпюра  $Q_2$  — прямая линия, наклонная к оси  $Oz$ . Распределенная нагрузка направлена вниз (см. Основные правила построения эпюр, п. 4), здесь эпюра изгибающего момента очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

Реакция в опоре  $R_A$  и распределенная нагрузка направлены в разные стороны. Следовательно, возможна точка, в которой, по правилу 2,  $Q_2 = 0$ , а изгибающий момент экстремален.

Для построения эпюры моментов необходимо составить уравнение поперечной силы на участке 2 и приравнять величину поперечной силы нулю. Из уравнения можно определить координату точки, в которой изгибающий момент экстремален.

Проводим необходимые расчеты, определяем величины поперечных сил и изгибающих моментов в характерных точках.

Рассмотрим участок 2, сечение 2 (рис. 40).

Уравнение поперечной силы  $Q_2 = R_A - q(z_2 - 4) = 0$ .

Откуда:  $z_{20} = \frac{R_A}{q} + 4$ ;  $z_{20} = \frac{7,2}{4} + 4 = 5,8 \text{ м}$ ,  $z_{20}$  — координата точки, где изгибающий момент экстремален, т. к.  $Q_2 = 0$ .

Уравнение момента на участке 2:

$$M_{x_2} = R_A z_2 - q \frac{(z_2 - 4)^2}{2}.$$

При  $z_{20} = 5,8 \text{ м}$   $M_{x_2} = M_{x_2}^{\max}$ ,

Максимальное значение изгибающего момента на участке 2

$$M_{x_2}^{\max} = 7,2 \cdot 5,8 - 4 \frac{(5,8 - 4)^2}{2} = 35,3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Значения поперечной силы и изгибающего момента в точке В:  $Q_B = R_B = 16,8 \text{ кН}$ ;  $M_B = 0$ .

Строим эпюру поперечной силы. Первый участок — прямая линия, параллельная оси  $Oz$ . В точке С эпюра становится наклонной. Строим эпюру изгибающих моментов (рис. 40).

Участок 1 эпюры — прямая линия;  $M_A = 0$ ;  $M_C = 28,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Участок 2 эпюры — парабола с экстремумом в точке  $z = 5,8 \text{ м}$ :  $M_x^{\max} = 35,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $M_B = 0$ .

**Пример 6.** Подобрать размеры сечения балки в виде двутавра. Известна схема нагружения балки (рис. 41), материал – сталь, допускаемое напряжение материала при изгибе  $[\sigma_p] = [\sigma_c] = 160$  МПа.

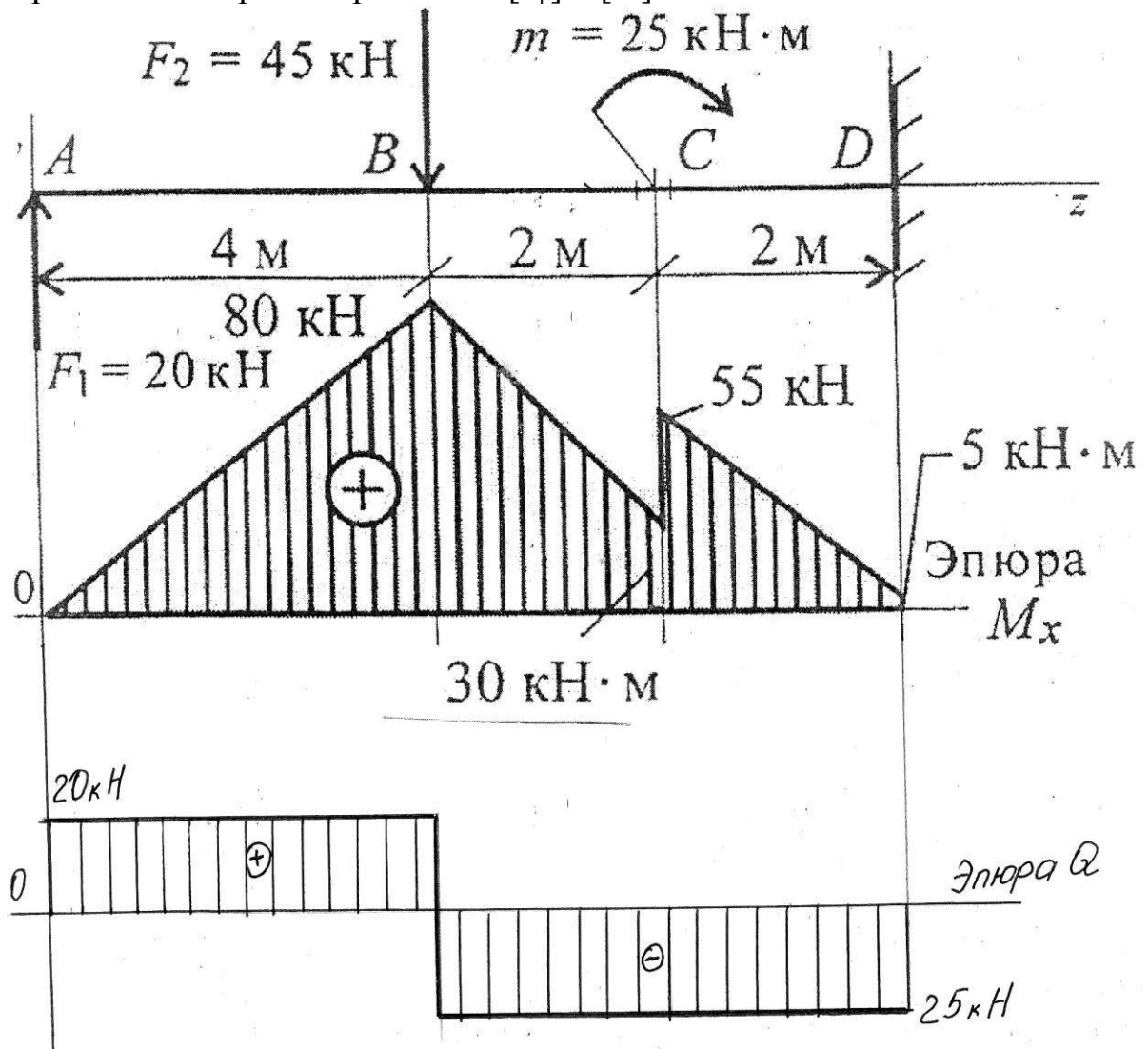


Рис. 41

**Решение**

Балка закреплена. Реакции опор можно не определять. Расчёты удобнее проводить по характерным точкам. Эпюру поперечных сил построим в качестве тренировки. По условию этой задачи эпюру поперечных сил строить необязательно, т.к. размеры сечения подбираются из расчёта нормальных напряжений.

Определяем величины поперечных сил и изгибающих моментов в характерных точках.

$$Q_A = F_1 = 20 \text{ кН}; \quad M_A = 0;$$

$$Q_B = F_1 - F_2 = 20 - 45 = -25 \text{ кН}; \quad M_B = F_1 \cdot 4 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_B = Q_C = Q_D$$

В точке С приложен внешний момент, поэтому расчёт проводим для левого сечения (без момента) и для правого – с моментом.

$$M_C^{\text{слева}} = F_1 \cdot 6 - F_2 \cdot 2 = 20 \cdot 6 - 45 \cdot 2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_C^{\text{справа}} = M_C^{\text{слева}} + m = 30 + 25 = 55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_D = F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 + m = 20 \cdot 8 - 45 \cdot 4 + 25 + 5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В соответствующем масштабе строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис.41).

Опасное сечение – сечение балки, где действует максимальный момент. По условию прочности подбираем размеры балки в опасном сечении.

$$\sigma_{\text{и}}^{\text{max}} = \frac{M_u}{W_x} \leq [\sigma_{\text{и}}] ; W_x = \frac{M_B}{[\sigma_u]} ;$$

$$W_x = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{160} = 500 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 500 \text{ см}^3$$

По таблице ГОСТ 8239-89 [2], [3]( приложение 1) выбираем двутавр № 30а, момент сопротивления  $W_x = 518 \text{ см}^3$  , площадь сечения  $A = 49,9 \text{ см}^2$ .

Для сравнения рассчитаем размеры балки квадратного сечения при том же моменте сопротивления сечения.

$W_x = bh^2/6$ ;  $b = h$ ;  $W_x = b^3/6$ ;  $b \geq \sqrt[3]{6W_x}$  ;  $b \approx 14,4 \text{ см}$ . Площадь сечения балки  $A = b^2 = 14,5^2 = 210,2 \text{ см}^2$ .

$$\frac{A_{\text{квадрата}}}{A_{\text{двутавра}}} = \frac{210,2}{49,9} = 4,2.$$

Балка квадратного сечения тяжелее в 4 раза.

### Раздел 3. Детали машин.

Для передачи вращающего момента, изменения скорости вращения в механизмах и машинах применяют механические передачи.

Механические передачи классифицируются:

- по взаимному расположению ведущего и ведомого валов в пространстве – передачи между параллельными валами, между пересекающимися валами, между скрещивающимися валами;
- по принципу осуществления передачи движения – передачи трением, передачи зацеплением;
- по способу контакта между ведущим и ведомым звеньями – передачи с непосредственным касанием, передачи с гибкой связью.

Важнейшей характеристикой любой передачи является передаточное отношение, которое показывает, во сколько раз угловая скорость  $\omega$  (или частота вращения  $n$ ) одного вала передачи больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) другого вала передачи.

Для любой передачи передаточное отношение (число):

$$u_{1-2} = i_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Для ременной и фрикционной передач:  $u_{1-2} = \frac{D_2}{D_1}$ , где  $D$  – диаметр шкива, с символом 1 – ведущего, с символом 2 – ведомого.

Для зубчатой передачи:  $u_{1-2} = \frac{z_2}{z_1}$ , где  $z$  – число зубьев зубчатого колеса, с символом 1 – ведущего, с символом 2 – ведомого.

Для червячной передачи:  $u_{1-2} = \frac{z_k}{z_q}$ , где  $z_k$  – число зубьев червячного колеса,  $z_q$  – число заходов червяка.

Передаточное число многоступенчатой передачи определяется как произведение передаточных чисел отдельных ступеней.

На рисунке 42 приведен пример кинематической схемы многоступенчатой передачи, состоящей из трёх ступеней зубчатых цилиндрических передач.

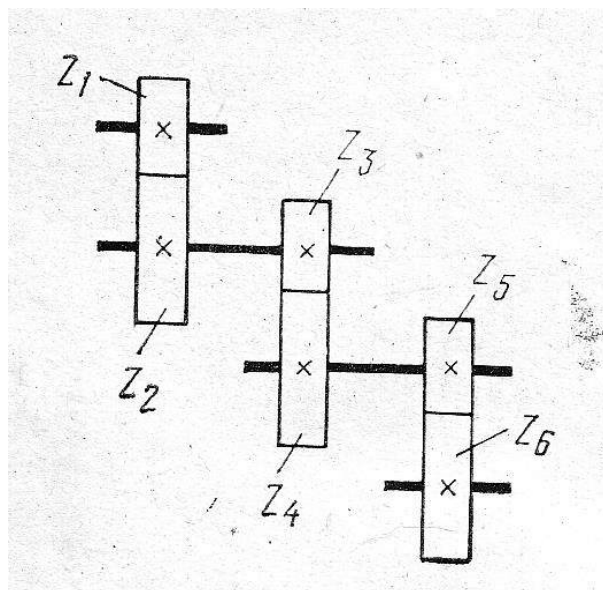


Рис. 42

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**  
по разделам: сопротивление материалов и детали машин

**Расчётно-графическая работа 6. Тема 2.2.**

**Задание 6.1.** Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами  $F_1, F_2, F_3$ . Площади поперечных сечений  $A_1$  и  $A_2$ .

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  н/мм<sup>2</sup>.

Данные выбрать из таблицы 6 и рис.43.

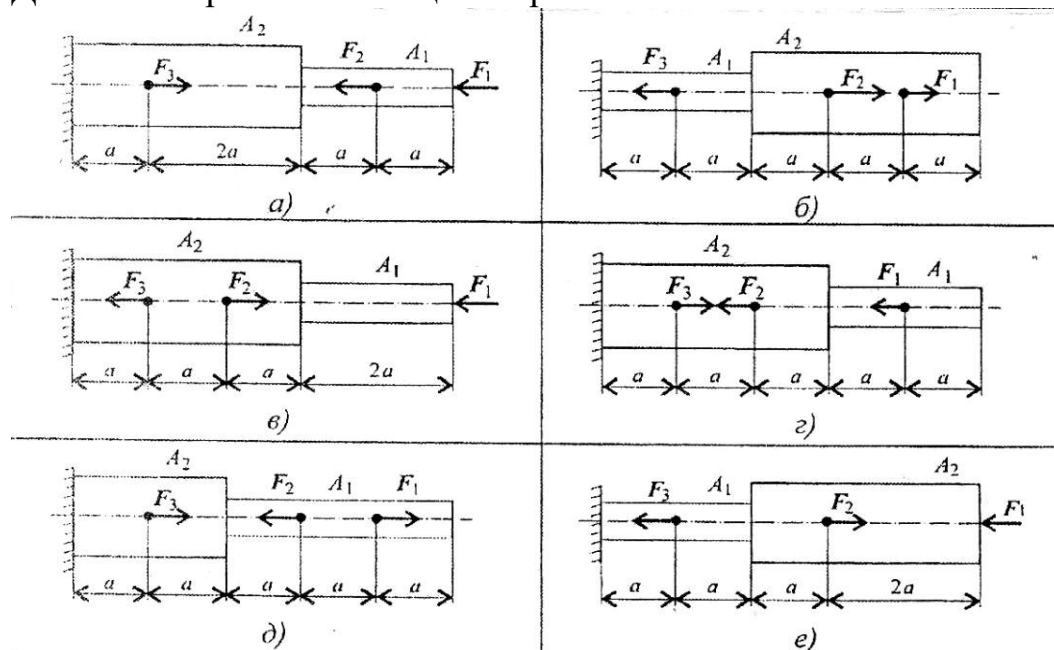


Рис. 43

Таблица 6

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_1$ , кН	20	26	20	17	16	10	26	40	14	28	20	26
$F_2$ , кН	10	20	8	13	25	12	9	55	16	14	10	20
$F_3$ , кН	5	10	4	8	28	13	3	24	10	5	5	10
$A_1$ , см <sup>2</sup>	1,8	1,6	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9	1,8	1,6
$A_2$ , см <sup>2</sup>	3,2	4	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	4,4	2,9	2,4	3,2	4
$a$ , м	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6	0,2	0,3
Рис.	43а	43б	43в	43г	43д	43е	43а	43б	43в	43г	43д	43е
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$F_1$ , кН	20	17	16	10	26	40	14	28	20	26	20	17
$F_2$ , кН	8	13	25	12	9	55	16	14	10	20	8	13
$F_3$ , кН	4	8	28	13	3	24	10	5	5	10	4	8
$A_1$ , см <sup>2</sup>	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9	1,8	1,6	1,0	2,0
$A_2$ , см <sup>2</sup>	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	4,4	2,9	2,4	3,2	4	1,5	2,5
$a$ , м	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6	0,2	0,3	0,4	0,5

Рис.	43а	43б	43в	43г	43д	43е	43а	43б	43в	43	43д	43е
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----

**Задание 6.2.** Балка АВ, на которую действуют указанные нагрузки, удерживается в равновесии тягой ВС. Определить размеры поперечного сечения тяги для случая: сечение – круг. Принять  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Собственный вес конструкции не учитывать.

Данные выбрать из таблицы 7 и рис.44.

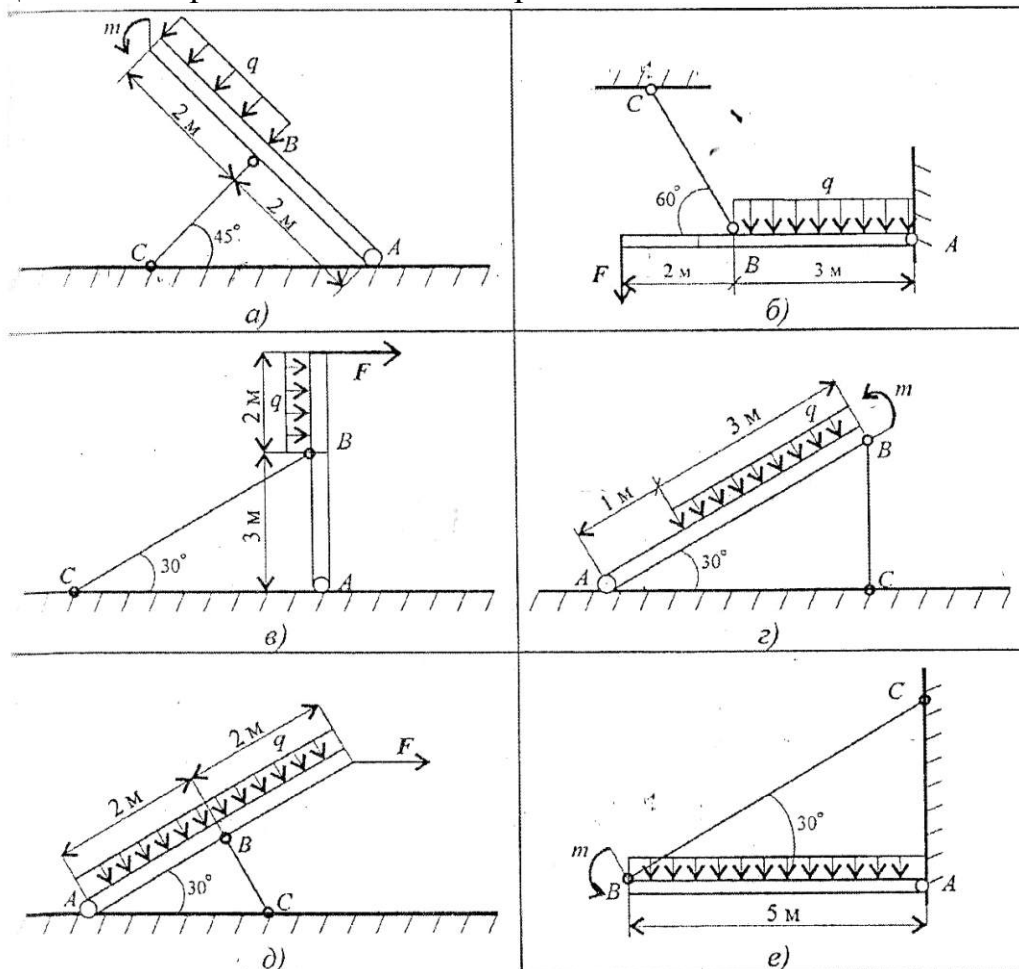


Рис. 44

Таблица 7

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F, кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	10	15
m, кН·м	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	100	110
q кН/м	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	4	6
Рис.	44.а	44.б	44.в	44.г	44.д	44.е	44.а	44.б	44.в	44.г	44.д	44.е
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
F, кН	20	25	30	35	40	45	50	55	10	15	20	25
m, кН·м	120	130	140	150	160	170	180	190	100	110	120	130
q кН/м	8	10	12	14	16	18	20	22	4	6	8	10
Рис.	44.а	44.б	44.в	44.г	44.д	44.е	44.а	44.б	44.в	44.г	44.д	44.е

## Расчётно-графическая работа 7. Тема 2.4.

Вычислить главные центральные моменты инерции сечений, представленных на схемах (рис.44). Данные выбрать из таблицы 8 и рис. 45.

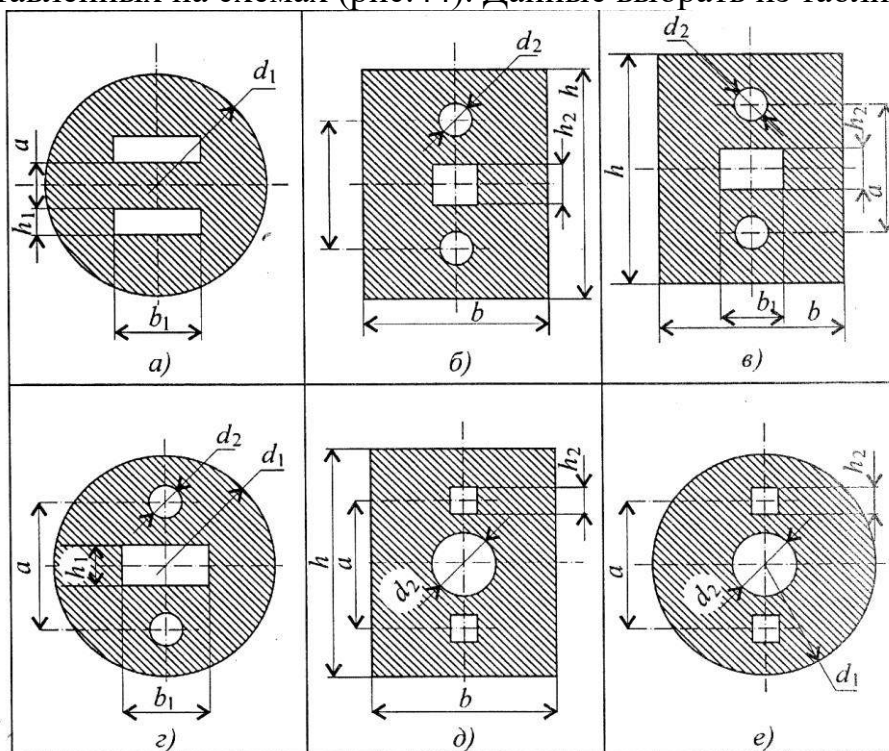


Рис.45

Таблица 8

Параметр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d_1$ , мм	72	80	88	96	98	70	82	86	94	96	72	80
$d_2$ , мм	12	14	16	18	10	12	14	16	18	12	12	14
$h$ , мм	72	80	88	96	98	70	82	86	94	96	72	80
$b$ , мм	36	42	48	54	60	36	44	48	52	60	36	42
$a$ , мм	48	52	56	60	58	46	52	54	58	60	48	52
$h_1$ , мм	16	18	20	22	24	16	18	20	22	24	16	18
$b_1$ , мм	32	36	40	44	48	30	34	40	44	48	32	36
$h_2$ , мм	6	8	10	6	8	6	8	10	6	8	6	8
Рис.	45а	45б	45в	45г	45д	45е	45а	45б	45в	45г	45д	45е
Параметр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$d_1$ , мм	88	96	98	70	82	86	94	96	72	80	88	96
$d_2$ , мм	16	18	10	12	14	16	18	12	12	14	16	18
$h$ , мм	88	96	98	70	82	86	94	96	72	80	88	96
$b$ , мм	48	54	60	36	44	48	52	60	36	42	48	54
$a$ , мм	56	60	58	46	52	54	58	60	48	52	56	60
$h_1$ , мм	20	22	24	16	18	20	22	24	16	18	20	22
$b_1$ , мм	40	44	48	30	34	40	44	48	32	36	40	44
$h_2$ , мм	10	6	8	6	8	10	6	8	6	8	10	6
Рис.	45а	45б	45в	45г	45д	45е	45а	45б	45в	45г	45д	45е

## Расчётно-графическая работа 8. Тема 2.5.

Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям, и уравновешенный момент.

Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.

Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.

Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.

Определить диаметры вала по сечениям из расчетов на прочность и жесткость. Полученный больший результат округлить до ближайшего четного или оканчивающегося на 5 числа.

При расчете использовать следующие данные: вал вращается с угловой скоростью 25 рад/с; материал вала — сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м.

Провести расчет для вала кольцевого сечения, приняв  $s = 0,9$ . Сделать выводы о целесообразности выполнения вала круглого или кольцевого сечения, сравнив площади поперечных сечений.

Данные выбрать из таблицы 9 и рис.46.

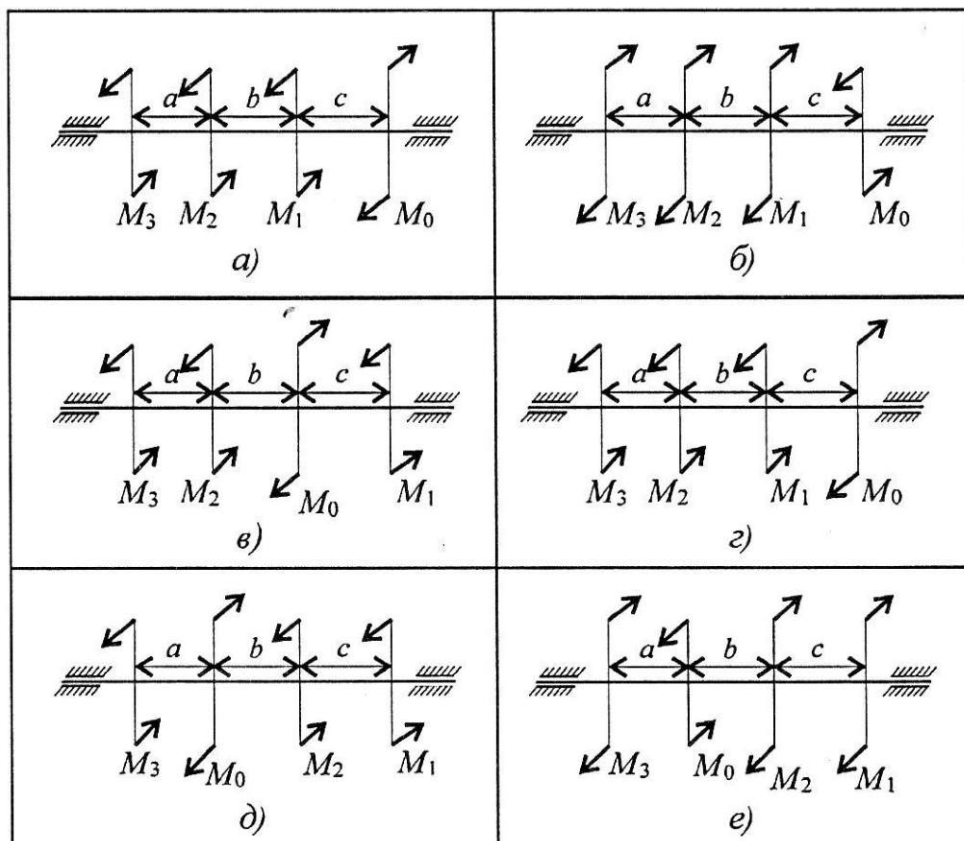


Рис. 46

Таблица 9

Пара метр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$a=b=c, \text{м}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
$P_1, \text{кВт}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2
$P_2, \text{кВт}$	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7
$P_3, \text{кВт}$	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2
Рис.	46а	46б	46в	46г	46д	46е	46а	46б	46в	46г	46д	46е
Пара метр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$a=b=c, \text{м}$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$P_1, \text{кВт}$	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
$P_2, \text{кВт}$	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$P_3, \text{кВт}$	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4
Рис.	46а	46б	46в	46г	46д	46е	46а	46б	46в	46г	46д	46е

### Расчётно-графическая работа 9. Тема 2.6.

**Задание 9.1.** Для двухопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом  $m$ , построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Найти максимальный изгибающий момент и из условия прочности подобрать поперечное сечение балки в виде стандартного профиля (см. табл. 10) и прямоугольника с соотношением сторон  $h=2b$ . Материал – сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Рассчитать площади поперечных сечений и сделать вывод о целесообразности применения сечения.

Данные выбрать из таблицы 10 и рис. 47.

Профиль 1 – двутавр, профиль 2 – швеллер

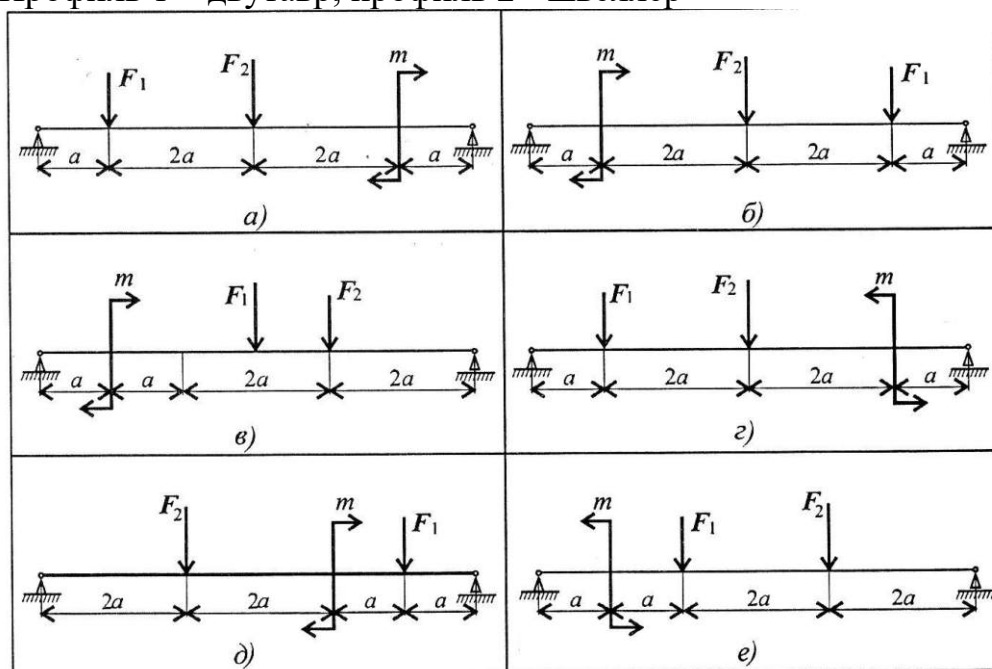


Рис. 47

Таблица 10

Пара метр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_1$ , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	10	12
$F_2$ , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24	4,4	4,8
$m$ , кН·м	8	7	6	5	4	8	7	6	5	4	8	7
$a$ , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,2	0,2
Профиль	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Рис.	47а	47б	47в	47г	47д	47е	47а	47б	47в	47г	47д	47е
Пара метр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$F_1$ , кН	14	16	18	20	22	24	26	28	10	12	14	16
$F_2$ , кН	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24	4,4	4,8	7,8	8,4
$m$ , кН·м	6	5	4	8	7	6	5	4	8	7	6	5
$a$ , м	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,2	0,2	0,3	0,3
Профиль	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Рис.	47а	47б	47в	47г	47д	47е	47а	47б	47в	47г	47д	47е

**Задание 9.2.** Для изображённых балок построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Найти максимальный изгибающий момент и из условия прочности подобрать поперечное сечение балки в виде стандартного профиля (см. табл. 1) и прямоугольника с соотношением сторон  $h=2b$ .  
Материал – сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Рассчитать площади поперечных сечений и сделать вывод о целесообразности применения сечения.

Данные выбрать из таблицы 11 и рис. 48.

Профиль 1 – двутавр, профиль 2 – швеллер

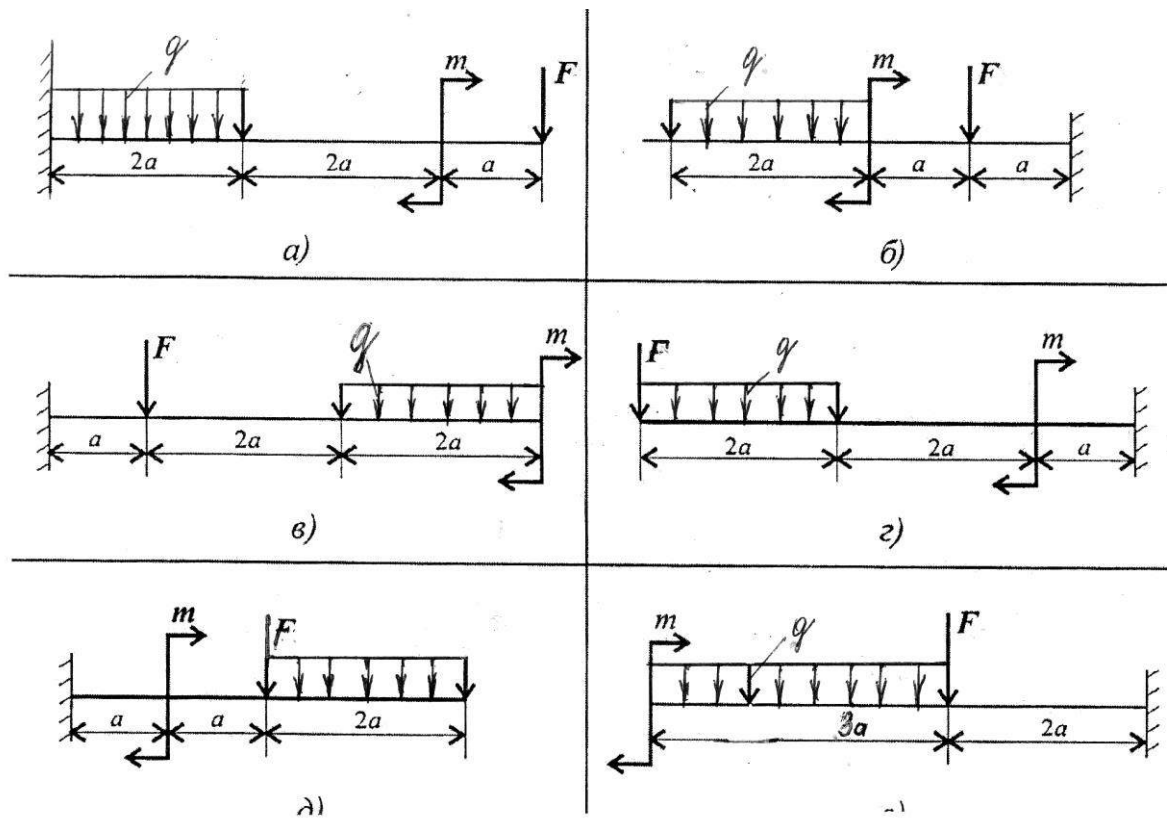


Рис. 48

Таблица 11

Пара метр	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F, кН	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	60	65
q кН/м	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	4	5
m, кН·м	15	17	19	20	21	23	24	25	26	28	15	17
a, м	0,5	0,6	0,8	0,9	1	1	1,1	0,9	0,6	0,8	0,5	0,6
Рис.	48а	48б	48в	48г	48д	48е	48а	48б	48в	48г	48д	48е
Профиль	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

Пара метр	Варианты											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
F, кН	70	75	80	85	90	95	100	105	60	65	70	75
q кН/м	6	7	8	9	10	11	12	13	4	5	6	7
m, кН·м	19	20	21	23	24	25	26	28	15	17	19	20
a, м	0,8	0,9	1	1	1,1	0,9	0,6	0,8	0,5	0,6	0,8	0,9
b, м	1,8	1,9	2	1	2,3	2,1	2,5	2,3	1,5	1,6	1,8	1,9
c, м	1,9	2	2,1	1,8	2,7	2,5	2,6	2,4	1,5	1,7	1,9	2
Рис.	48а	48б	48в	48г	48д	48е	48а	48б	48в	48г	48д	48е
Профиль	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

### Контрольное задание по разделу 3 «Детали машин», темы 3.1-3.4.

**Задание 10.** Построить кинематическую схему многоступенчатой передачи в выбранном масштабе. Определить передаточные числа каждой ступени и всей передачи. Данные выбрать из таблицы 12.

Таблица 12

Ступени	Основные параметры							
	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1 ступень – цилиндр.зуб ч. передача	$z_1=15$ $z_2=30$	$z_1=30$ $z_2=15$	$z_1=20$ $z_2=30$	$z_1=30$ $z_2=20$	$z_1=16$ $z_2=32$	$z_1=32$ $z_2=16$	$z_1=18$ $z_2=54$	$z_1=54$ $z_2=18$
2 ступень- конич. зубч. передача	$z_3=15$ $z_4=45$	$z_3=45$ $z_4=15$	$z_3=15$ $z_4=30$	$z_3=30$ $z_4=15$	$z_3=15$ $z_4=45$	$z_3=30$ $z_4=15$	$z_3=16$ $z_4=48$	$z_3=48$ $z_4=16$
3 ступень ременная передача	$D_5=$ 20мм $D_6=40$ мм	$D_5=$ 40мм $D_6=20$ мм	$D_5=$ 20мм $D_6=60$ мм	$D_5=$ 60мм $D_6=20$ мм	$D_5=$ 20мм $D_6=60$ мм	$D_5=$ 60мм $D_6=2$ 0мм	$D_5=$ 20мм $D_6=40$ мм	$D_5=40$ мм $D_6=20$ мм
Ступени	Основные параметры							
	Варианты							
	9	10	11	12	13	14	15	16
1 ступень – конич.зубч. передача	$z_1=15$ $z_2=30$	$z_1=30$ $z_2=15$	$z_1=20$ $z_2=30$	$z_1=30$ $z_2=20$	$z_1=16$ $z_2=32$	$z_1=32$ $z_2=16$	$z_1=18$ $z_2=54$	$z_1=54$ $z_2=18$

2 ступень ременная передача	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =40 мм	D <sub>5</sub> = 40мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =60 мм	D <sub>5</sub> = 60мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =60 мм	D <sub>5</sub> = 60мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =40 мм	D <sub>5</sub> = 40мм D <sub>6</sub> =20мм
3 ступень – цилиндр.зуб ч. передача	z <sub>1</sub> =15 z <sub>2</sub> =30	z <sub>1</sub> =30 z <sub>2</sub> =15	z <sub>1</sub> =20 z <sub>2</sub> =30	z <sub>1</sub> =30 z <sub>2</sub> =20	z <sub>1</sub> =16 z <sub>2</sub> =32	z <sub>1</sub> =32 z <sub>2</sub> =16	z <sub>1</sub> =18 z <sub>2</sub> =54	z <sub>1</sub> =54 z <sub>2</sub> =18
Ступени	Основные параметры							
	Варианты							
	17	18	19	20	21	22	23	24
1 ступень – черв. передача	я <sub>к</sub> =50 я <sub>ч</sub> =2	я <sub>к</sub> =50 я <sub>ч</sub> =1	я <sub>к</sub> =80 я <sub>ч</sub> =2	я <sub>к</sub> =60 я <sub>ч</sub> =2	я <sub>к</sub> =50 я <sub>ч</sub> =2	я <sub>к</sub> =50 я <sub>ч</sub> =1	я <sub>к</sub> =80 я <sub>ч</sub> =2	я <sub>к</sub> =60 я <sub>ч</sub> =2
2 ступень- конич. зубч. передача	z <sub>3</sub> = 15 z <sub>4</sub> =45	z <sub>3</sub> = 45 z <sub>4</sub> =15	z <sub>3</sub> = 15 z <sub>4</sub> =30	z <sub>3</sub> = 30 z <sub>4</sub> =15	z <sub>3</sub> = 15 z <sub>4</sub> =45	z <sub>3</sub> = 30 z <sub>4</sub> =15	z <sub>3</sub> =16 z <sub>4</sub> =48	z <sub>3</sub> = 48 z <sub>4</sub> =16
3 ступень ременная передача	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =40 мм	D <sub>5</sub> = 40мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =60 мм	D <sub>5</sub> = 60мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =60 мм	D <sub>5</sub> = 60мм D <sub>6</sub> =20 мм	D <sub>5</sub> = 20мм D <sub>6</sub> =40 мм	D <sub>5</sub> = 40мм D <sub>6</sub> =20мм

### Рекомендуемая литература

1. Вереина Л.И., Краснов М.М., Техническая механика – М.: Издательский центр «Академия», 2013.
1. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А., Теоретическая механика. Сопротивление материалов.- Р-н-Д; Феникс, 2010. 320 с.
2. Сетков В.И., Сборник задач по технической механике – М.: Издательский центр «Академия», 2004.
3. Олофинская В.П., Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.
4. Олофинская В.П., Детали машин: Курс лекций с тестовыми заданиями – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005.

## Тексты контрольных вопросов для экзамена

### Билет 1

1. Балочные системы. Определение реакций опор и моментов защемления.  
Виды нагрузок, разновидности опор балочных систем.
2. Зубчатые передачи. Особенности косозубых и шевронных колес.  
Характеристика конических передач.
3. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

### Билет 2

1. Задачи теоретической механики. Понятие о силе и системе сил. Аксиомы статики.
2. Изгиб. Классификация видов изгиба. Внутренние силовые факторы при изгибе.
3. Построить кинематическую схему многоступенчатой передачи.

### Билет 3.

1. Пространственная система сил. Момент силы относительно оси.  
Произвольная и сходящаяся система сил. Уравнение равновесия.
2. Изгиб. Основные правила построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Приложены распределенные нагрузки.
3. Определить общее передаточное число передачи.

### Билет 4

1. Простейшие движения твердого тела. Поступательное и вращательное движение. Частные случаи вращательного движения.
2. Подшипники качения. Классификация подшипников качения. Достоинства и недостатки. Виды разрушений и критерии работоспособности.
3. Определить размеры поперечного сечения бруса.

### Билет 5

1. Основные понятия и аксиомы динамики.
2. Подшипники скольжения. Классификация подшипников скольжения.  
Достоинства и недостатки. Материалы. Виды разрушений и критерии работоспособности.

3. Проверить прочность сварного соединения.

Билет 6

1. Основные понятия кинематики. Кинематика точки (основные кинематические параметры).

2. Зубчатые передачи. Классификация зубчатых передач. Геометрия и кинематика зубчатого цилиндрического колеса.

3. Определить величины осевого момента инерции.

Билет 7

1. Механические испытания на растяжение и сжатие. Механические характеристики прочности и пластичности материала. Виды диаграмм растяжения. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

2. Общие сведения о передачах. Классификация передач. Кинематические и силовые соотношения в передаточных механизмах.

3. Изобразить систему сил, действующих на шарнир.

Билет 8.

1. Работа и мощность. Работа постоянной силы на прямолинейном и криволинейном пути. Работа силы тяжести.

2. Фрикционные передачи. Требования к материалам. Достоинства и недостатки. Расчет на прочность.

3. Выбрать рациональное расположение колес на валу. Построить эпюры крутящих моментов.

Билет 9.

1. Основные положения сопротивления материалов. Механические свойства материалов. Виды расчетов. Основные гипотезы и допущения.

Классификация нагрузок. Формы элементов конструкции.

2. Зубчатые передачи. Требования к материалам. Причины выхода из строя и критерии работоспособности. Расчет на прочность.

3. Определить реакции нити и гладкой опоры.

Билет 10.

1. Изгиб. Деформации при чистом изгибе. Формулы для расчета нормальных напряжений при изгибе. Рациональные сечения при изгибе. Расчеты на прочность при изгибе.
2. Вариаторы. Основные характеристики, виды, изображения на кинематических схемах.
3. Определить величину равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитическим способом.

Билет 11.

1. Плоская система сходящихся сил. Определение равнодействующей геометрическим и аналитическим способом.
2. Муфты. Классификация муфт. Основные характеристики.
3. Подобрать размеры сечения балки в виде двутавра.

Билет 12.

1. Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Деформации при кручении. Гипотезы при кручении. Эпюры крутящих моментов.
2. Фрикционные передачи. Основные характеристики, виды, изображение на кинематических схемах. Скольжение и буксование в фрикционных передачах.
3. Рассчитать сумму моментов сил относительно точки.

Билет 13.

1. Понятие о трении. Виды трения.
2. Внешние силы и внутренние силовые факторы. Метод сечений. Напряжения.
3. Определить диапазон  $D$  регулирования вариатора.

Билет 14.

1. Растяжение и сжатие. Построение эпюры продольных сил. Напряжение при растяжении и сжатии.
2. Валы и оси. Материалы. Критерии работоспособности. Расчет валов.
3. Определить реакции заделки.

Билет 15

1. Плоская система произвольно расположенных сил. Теорема Пуансо.  
Приведение к точке плоской системы произвольно расположенных сил.  
Условие равновесия произвольной плоской системы сил.
2. Соединения. Разъемные и неразъемные соединения, виды, характеристики.  
Основные крепежные резьбовые соединения. Причины выходы из строя, критерии работоспособности.
3. Построить эпюру крутящих моментов на валу.

#### Билет 16

1. Кинематика точки. Кинематические параметры равномерного и равнопеременного движения.
2. Ременные передачи. Силы натяжения в ремне. Напряжения. Расчет ремня по тяговой способности. Достоинства и недостатки.
3. Вычислить главный центральный момент инерции сечения.

#### Билет 17

1. Работа и мощность. Мощность при поступательном и вращательном движении. Коэффициент полезного действия.
2. Червячные передачи. Основные характеристики. Изображение на кинематических схемах. Виды разрушений зубьев червячного колеса. Расчет на прочность и тепловой расчет.
3. Определить величину поперечной силы и изгибающего момента в сечении.

#### Билет 18

1. Растяжение и сжатие. Деформации при растяжении и сжатии. Закон Гука. Расчет перемещений поперечных сечений при растяжении и сжатии.
2. Ременные передачи. Классификация, изображение на кинематических схемах. Геометрические и кинематические зависимости ременных передач.
3. Определить величину реакции в опоре А.

#### Билет 19

1. Изгиб. Основные правила построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Приложены сосредоточенные нагрузки.

2. Редукторы. Основные характеристики. Кинематические схемы, основные параметры.

3. Определить угловое ускорение тела.

Билет 20

1. Пара сил. Момент пары сил. Момент силы относительно точки.

2. Геометрические характеристики плоских сечений. Статический, центробежный, осевые и полярный моменты инерции сечений. Моменты инерции простейших сечений.

3. Построить кинематическую схему многоступенчатой передачи.

Билет 21

1. Движение материальной точки. Сила инерции. Принцип кинетостатики (принцип Даламбера).

2. Касательные напряжения при изгибе. Поперечный изгиб. Внутренние силовые факторы. Напряжения.

3. Построить кинематическую схему многоступенчатой передачи.

Билет 22

1. Центр тяжести. Сила тяжести. Точка приложения силы тяжести.

2. Расчеты на срез и смятие. Основные предпосылки расчетов и расчетные формулы.

3. Построить кинематическую схему многоступенчатой передачи.

Билет 23.

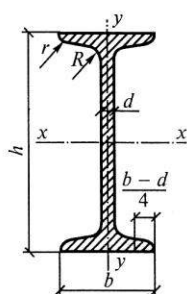
1. Кручение. Напряжения при кручении. Виды расчетов на прочность и жесткость.

2. Общие сведения о передачах. Классификация передач. Кинематические и силовые соотношения в передаточных механизмах.

3. Определить силу трения, возникающую при движении тела по наклонной плоскости.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## Сталь прокатная — балки двутавровые (ГОСТ 8239—72)



### Обозначения:

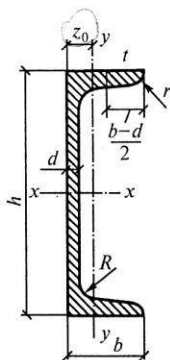
$h$  — высота балки;  
 $b$  — ширина полки;  
 $d$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $R$  — радиус внутреннего закругления;  
 $r$  — радиус закругления полки;  
 $J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции.

Номер профиля	Масса 1 м дли- ны, кг	Размеры, мм						Пло- щадь сече- ния, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
		<i>h</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		<i>x — x</i>				<i>y — y</i>		
									<i>J<sub>x</sub></i> , см <sup>2</sup>	<i>W<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>i<sub>x</sub></i> , см	<i>S<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>J<sub>y</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>W<sub>y</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>i<sub>y</sub></i> , см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,8	2,12

20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	106	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	20,5	4,0	37,5	3800	317	10,10	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,20	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,30	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,30	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,50	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,50	339	419	59,9	3,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,70	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,20	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,10	708	808	101,0	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	39727	1589	19,90	919	1043	123,0	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	55962	2035	21,80	1181	1356	151,0	3,39
60	108,0	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	76806	2560	23,60	1491	1725	182,0	3,54

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Сталь прокатная — швеллеры (ГОСТ 8240—72)



Обозначения:

- $h$  — высота швеллера;
- $b$  — ширина полки;
- $d$  — толщина стенки;
- $t$  — средняя толщина полки;
- $R$  — радиус внутреннего закругления;
- $r$  — радиус закругления полки;
- $J$  — момент инерции;
- $W$  — момент сопротивления;
- $S$  — статический момент полусечения;
- $i$  — радиус инерции;
- $z_0$  — расстояние от оси  $y$ — $y$  до наружной грани стенки.

Номер про- филя	Масса 1 м дли- ны, кг	Размеры, мм						Пло- щадь сече- ния, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей							
		<i>h</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		<i>x — x</i>				<i>y — y</i>			<i>z</i> <sub>0</sub> , см
									<i>J</i> <sub><i>x</i></sub> , см <sup>4</sup>	<i>W</i> <sub><i>x</i></sub> , см <sup>3</sup>	<i>i</i> <sub><i>x</i></sub> , см	<i>S</i> <sub><i>x</i></sub> , см <sup>3</sup>	<i>J</i> <sub><i>y</i></sub> , см <sup>4</sup>	<i>W</i> <sub><i>y</i></sub> , см <sup>3</sup>	<i>i</i> <sub><i>y</i></sub> , см	
5	4,84	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67

14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	17	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,0
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	16,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	9,5	4	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2330	212	8,99	121	187	30	2,55	2,46
24	24	240	90	5,6	10	10,5	4	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,2	270	95	6	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	272	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	12	5	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	13	5	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Общая часть	3
2. Общие методические указания	4
3. Литература	5
4. Тематический план	6
5. Содержание учебной дисциплины	8
6. Методические указания и примеры решения задач к контрольной работе по разделу «теоретическая механика»	21
7. Задания для контрольной работы по разделу: теоретическая механика	33
8. Методические указания и примеры решения задач к контрольной работе по разделам: сопротивление материалов и детали машин	41
9. Задания для контрольной работы по разделам: сопротивление материалов и детали машин	64
10. Тексты контрольных вопросов для экзамена	73
11. Приложения	78